Alkalmazott Matematikai Lapok **25** (2008), 173-174.

KÖNYVISMERTETÉS

Járai Antal:
Modern alkalmazott analízis, Elméleti matematika
Typotex, Budapest, 2007

Székelyhidi László

A könyv szerzője az ELTE Komputer Algebra Tanszékének tanszékvezető egyetemi tanára, valamint egyetemi tanár a BME Analízis Tanszékén. Könyvében azokat az ismereteket foglalta össze, amelyekre fizikusoknak, programtervező matematikusoknak, elméleti matematikusoknak, illetve villamosmérnököknek a kalkuluson túl szükségük lehet tanulmányaik vagy mindennapi munkájuk során.

A könyv nyolc fejezetből áll, s strukturált felépítésű, amennyiben a szerző az elméleti ismereteket törzsanyagra és kiegészítő anyagra osztotta, ugyanakkor a gyakorló feladatok mellett szerepelnek olyan haladottabb problémák is, melyek megértése és megoldása nélkül nem lehet továbblépni.

A könyv fejezeteinek rövid tartalmát a következőkben ismertetem.

A „Bevezetés"-t követő első fejezet címe: „Mérték és integrál". Ebben a fejezetben a szerző ismerteti a Lebesgue-féle mérték- és integrálelméletnek a külső mérték fogalmán alapuló felépítését. Különös hangsúlyt kap a tárgyalás során annak bemutatása, hogy a Lebesgue-féle integrálfogalom a Riemann-félénél sokkal jobb választ ad a differenciálás és az integrálás közti kapcsolat kérdésére.

A második fejezet a „Funkcionálanalízis" címet viseli, s a funkcionálanalízis alapvető struktúráit és fogalmait (metrikus terek, normált terek, lineáris operátorok, Hilbert terek, kompakt operátorok, differenciálszámítás normált terekben), valamint legfontosabb tételeit (Uriszon-lemma, Tietze kiterjesztési tétele, Tyihonov tétele, Baire-tétel, Banach-féle fixponttétel, Riemann átrendezési tétele, Mertens tétele, Abel tételei, Euler összegezési formulája, Stirling-formula, Bolzano–Weierstrass-tétel, Riesz-lemma, Arzèla–Ascoli-tétel, a Riesz–Fischer-tétel, Bochman–Korovkin-tétel, Weierstras approximációs tételei, Stone-tétel, Hahn–Banach-tétel, Bohnenblust–Sobczik-tétel, Szegő tétele, Harsiladze–Lozinszkij-tétel, Lebesgue-tétel lineáris projekciókról, zárt gráf tétel, Kolmogorov–Rademacher-tétel, Mensov-lemma, Tandori-tétele, Hellinger–Toeplitz-tétel, spektráltétel, kompakt operátorok Riesz-elmélete, Hilbert–Schmidt-tétel, implicit függvény tétel, inverz függvény tétel, Kantorovics tétele) és módszereit (Aitken-módszer, legjobb approximáció Hilbert térben, Fourier-sorok, Gram–Schmidt-féle ortogonalizálás, ortogonális polinomok, spektrálintegrál, lineáris iteráció, Fredholm-alternatíva, sajátértékek módszere, Jordan-normálalak, Taylor-formula, lokális szélsőértékszámítás, Newton-módszer, iránymenti csökkentés módszere, algebrai egyenletek megoldása) mutatja be.

A következő fejezet címe: „Vektoranalízis”. Ebben a fejezetben a szerző ismerteti a differenciálgeometria alapjait, a Stieltjes-integrál és a görbementi integrál fogalmát és alkalmazásait, valamint a differenciálformák integrálását, az ezzel kapcsolatos legfontosabb tételeket (divergenciatétel, Green-tétel, Stokes-tétel, Poincaré–Stokes-tétel), illetve ezek felhasználási területeit a geometriában, fizikában.

A negyedik fejezet „Komplex függvénytan” címmel az analitikus, a holomorf és a meromorf függvények elméletével kapcsolatos legfontosabb ismereteket tartalmazza. Helyet kapnak ebben a fejezetben többek között a Cauchy–Riemann-egyenletek, a Cauchy–Hadamard-tétel, a Taylor-tétel, az analitikus folytatásról szóló tétel, a nyílt leképezések tétele, a Cauchy-féle integráltétel és integrálformulák, Liouville tétele, Morera tétele, Laurent-sorok, a reziduumtétel, a parciális törtekre bontás módszere, az argumentum-elv, valamint eliptikus integrálokkal kapcsolatos tudnivalók.

A következő fejezetet a Fourier-soroknak, illetve Fourier-integráloknak szentelte a szerző, címe: „Fourier-elmélet”. Itt a klasszikus Fourier-sorok mellet az ortogonális polinomokkal, valamint a Fourier-transzformációval kapcsolatos legfontosabb alapismeretek tárgyalását találja az olvasó. Ugyancsak számos példa és feladat szerepel a gyakorlati alkalmazásokra a differenciálegyenletek és az interpolációelmélet területéről.

A hatodik fejezet címe: „Variációszámítás”, melyben a fő hangsúly természetesen az Euler–Lagrange-egyenletek különböző alkalmazásaira helyeződik.

Végül az utolsó két fejezetben közönséges, illetve parciális differenciálegyenletekkel foglalkozik a szerző. A „Közönséges differenciálegyenletek” című fejezetben az alapvető fogalmak értelmezése után elemi megoldási módszerekkel ismerkedhet meg az olvasó, majd az egzisztencia- és unicitástételek tárgyalását a lineáris egyenletekre vonatkozó legfontosabb eredmények és módszerek bemutatása követi. A fejezet a stabilitás fogalmának ismertetésével és a kapcsolatos főbb eredményekkel foglalkozik. A „Parciális differenciálegyenletek” című záró fejezetben általános megoldási módszereket ismertet a szerző, majd bepillantást nyerünk a disztribúciók elméletébe. A fejezetet Cauchy-feladatokkal, peremérték problémákkal és vegyes feladatokkal kapcsolatos eredmények és megoldási módszerek ismertetése zárja.

A könyv rendkívül igényes, magas színvonalú munka. A fenti rövid ismertetésből is kitűnhet, hogy milyen hatalmas anyagot ölel fel, ám olvasását mégis élvezetessé teszi a számos idézet, történeti utalás, amelyeket a szerző a fejezetek, illetve szakaszok elején helyezett el. Bár a könyv mérete első látásra rémületet ébreszthet a potenciális olvasóban, aki esetleg az alkalmazot tudományok területéről érkezett, ám rövid tanulmányozás után rájöhetünk, hogy a látszat csal: a szerző nagy rutinnal és pedagógiai érzékkel vegyíti az „olvasnivalót” a mélyebb tartalommal, így munkája tankönyvként és kézikönyvként egyaránt rendkívül hasznos lehet mindazoknak, akik a modern analízis eredményeit és módszereit meg akarják ismerni, illetve saját szakterületükön, az alkalmazott matematikában, a fizikában, a kémiában vagy a mérnöki tudományok legkülönbözőbb szféráiban kívánják felhasználni.