Alkalmazott Matematikai Lapok **34** (2017), 29–39

A DYNAMIC MATRIX CONTROL ALKALMAZÁSA LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEKRE KORLÁTOSAN VÁLTOZÓ BEMENŐ JEL ÉS VÁLTOZÓ REFERENCIA TRAJEKTÓRIA ESETÉN

DARIDA SÁNDOR

Cikkünkben a Model Predictive Control (MPC) módszercsalád egy algoritmusát, az úgynevezett Dynamic Matrix Controlt (DMC) vizsgáljuk olyan rendszerekre, melyeket egy lineáris differenciálegyenlettel adunk meg. Az MPC-algoritmusok alapelve, hogy a vezérérelni kívánt rendszert annak belső ismerete nélkül, pusztán a bemenő jelekre adott válasza alapján irányítjuk. A DMC-algoritmus leginkább diszkrét idejű, lineáris, időben invariáns rendszerekre alkalmazható. A rendszer részletes leírása és a számítások megtalálhatóak a szerző MSc szakdolgozatában [1] is. Ismeretes annak matematikai bizonyítása, hogy egy lineáris differenciálegyenlet által definiált rendszert a DMC-algoritmussal a kívánt konstans trajektóriára vezérelhetjük, amennyiben a rendszer aszimptotikusan stabil [2], és a bemenő jel megváltozására nincs felső korlát. Cikkünkben azt vizsgáljuk, hogyan vezérelhető a rendszer, ha ez a két feltétel nem teljesül, vagyis, vezérelhető-e a rendszer a DMC-algoritmussal, ha a bemenő jel megváltozása korlátos, és vezérelhető-e változó trajektóriára. Mindkét eset gyakorlati jelentőséggel bír, a bemenő jel általában valamilyen bemenő energiát reprezentál, így annak megváltozása (speciálisan növelése) mindenképpen korlátos mennyiség.

1. Az algoritmus felépítése

Először tekintsük át, hogyan épül fel a *step response* modell, illetve a DMC algoritmus. Vegyünk egy lineáris, diszkrét idejű, s időben invariáns rendszert, melynek a $t = 0, 1 \dots$ időpontbeli bemenete $u(t)$, kimenete $y(t)$ valós számok. Továbbá tegyük fel, hogy $y(0) = 0$. Az algoritmus felépítéséhez a *step response* modellt használjuk. Ehhez először szükség van a rendszer egységugrásra adott válaszára más néven *unit step response*-ra, vagyis hogy milyen kimeneteket kapunk, ha $u(t) \equiv 0$, ha $t \leq 0$ és $u(t) \equiv 1$, ha $t > 0$. Jelöljük az így kapott kimeneteket, $y(i) = g_i$-vel. Ennek segítségével építjük fel a *step response* modellt, nevezetesen a rendszer jósolt kimenete a t időpillanatban [3]:

$$y(t)_{model} = \sum_{1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i).$$

A DMC-algoritmus felépítése az alábbi. Tegyük fel, hogy m lépésre előre jósolunk *control effort*-ot. A jósolt kimentekre, az alábbi összefüggés áll fenn (részletesen lásd [2] vagy [1]):

$$\hat{y} = G\Delta u + f,$$

ahol,

$$\begin{aligned}\hat{y} &= (\hat{y}(t+1|t), \ldots, (\hat{y}(t+m|t))^T,\\ \Delta u &= (\Delta u(t), \ldots, \Delta u(t+m-1))^T,\\ f &= (f(t+1), \ldots, f(t+m))^T,\end{aligned}$$

a rendszer úgynevezett szabad válasza,

$$f(t+k) = y(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{k+i} - g_i)\Delta u(t-i).$$

Ha feltesszük, hogy a rendszer stabil, vagyis $\lim_{n\to\infty} y(t)$ létezik és véges, így elég nagy N-re $g_i \approx g_N$ minden $i > N$-re. Így megfelelő N-re számolhatunk az

$$f(t+k) = y(t) + \sum_{i=1}^{N} (g_{k+i} - g_i)\Delta u(t-i) \tag{1}$$

szabad válasszal.
Definiáljuk továbbá a

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & 0 & \ldots & 0 \\ g_2 & g_1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_m & g_{m-1} & \cdots & g_1 \end{pmatrix}$$

mátrixot, mely a rendszer úgynevezett *dinamikus mátrixa.* A referencia trajektóriától való eltérést a következő kvadratikus függvénnyel reprezentáljuk,

$$J = \sum_{j=1}^{m} (\hat{y}(t+j|t) - w(t+j))^2.$$

Bevezetve a

$$w = (w(t+1), \ldots, w(t+m))$$

vektort, ez $J = |G\Delta u + f - w|^2$, melynek minimumát a $\Delta u = G^{-1}(f-w)$ összefüggés adja [2]. Természetes ötlet, hogy valamilyen módon szabályozzuk a kontroll paramétert. Ennek egyik módja Δu beépítése a minimalizálandó kvadratikus függvénybe, valamilyen $\lambda \geq 0$ paraméterrel. Ekkor

$$J = \sum_{j=1}^{m} (y(t+j|t) - w(t+j))^2 + \sum_{j=1}^{m} \lambda\Delta(u(t+j-1))^2 = |G\Delta u + f - w|^2 + \lambda|\Delta u|^2. \quad (2)$$

Ez egy kvadratikus pozitív definit függvény, melynek minimumhelye ott lesz, ahol a Δu szerinti derivált 0. Deriválás után, $2G(G\Delta u + f - w) + 2\lambda\Delta u = 0$, melyből az alábbi összefüggésre jutunk:

$$\Delta u = (G^2 + \lambda I)^{-1} G(w - f). \quad (3)$$

A λ paraméter azt fejezi ki, hogy mennyire ”büntetjük” a kontroll gyors változását. Gyakorlati szempontból ennek igen nagy jelentősége van, hisz általában a kontroll egyfajta bemenő energiát fejez ki, ami mindenképpen korlátos mennyiség.

2. Alkalmazás lineáris differenciálegyenletekre

Vegyük az alábbi differenciálegyenletet:

$$\dot{y}(t) = ay(t) + bu(t), \quad (4)$$

ahol $a, b \in \mathbb{R}$, és $u(t)$ a kontrollfüggvény. A célunk, hogy $y(t)$-t (illetve egy diszkretizációját) egy adott trajektóriára vezessük. Ezt a továbbiakban $w(t)$-vel jelöljük, ez lesz a referencia-trajektória. Tegyük fel, hogy $u(t) = u$ valamilyen konstans. Ekkor a megoldás, könnyen kiszámítható:

$$y(t) = e^{at} y_0 + \frac{b}{a}(e^{at} - 1)u. \quad (5)$$

Diszkretizáljuk (5)-t τ lépésközt választva. Keressünk olyan kontrollt, mely konstans minden $[\tau i, \tau(i+1)]$ szakaszon. Így ezeken a szakaszokon (5) érvényes. Jelöljük továbbá α-val $e^{a\tau}$-t. Ekkor az alábbi diszkrét rendszert kapjuk:

$$y_{k+1} = \alpha y_k + \frac{b}{a}(\alpha - 1)u_k, \quad (6)$$

ahol a megfelelő k alsóindex azt jelenti hogy a $k\tau$ időpillanatban vagyunk. Az így kapott rendszer (6) lineáris, időinvariáns és diszkrét, így alkalmazhatjuk rá a DMC-algoritmust. Az algoritmus vizsgálatából kapott korábbi eredményekből [2] az alábbi összefüggések adottak.

- Ha az eredeti rendszer stabil volt, azaz (4)-ben $a < 0$, és $\lambda = 0$, akkor létezik N úgy, hogy a DMC-módszerrel a rendszer a kívánt konstans trajektóriához tart, ahol N a rendszer szabad válaszának közelítésére utal (1). A konvergencia sebességére felső becslést is adhatunk, nevezetesen, hogy

$$|y_{k+1} - w| \leq (3^{\frac{1}{N+1}} |\alpha|^{\frac{N}{N+1}}) |y_k - w|.$$

– Ha a fenti rendszerre $\lambda = 0$ mellett alkalmazható a DMC-algoritmus és a kívánt trajektórára vezérli a rendszert, akkor létezik $\lambda^* > 0$ úgy, hogy minden $\lambda^* > \lambda$ esetén szintén vezérelhető a rendszer a DMC-algoritmussal, ha a dinamikus mátrix 1×1-es, vagyis a dinamikus mátrixban $m = 1$.

3. Vezérlés korlátos változású bemenő jellel

3.1. Δu korlátjának beépítése az algoritmusba

A következőekben arra keressük a választ, milyen feltételekkel alkalmazható a DMC-algoritmus a (6) rendszerre, ha feltesszük hogy $\Delta u_k \leq \Delta u^*$ minden k-ra, vagyis a bemenő jel megváltozása korlátos. Tegyük fel, hogy a dinamikus mátrix 1×1-es, vagyis $p = m = 1$. Ekkor tudjuk, hogy $\Delta u_k = \frac{g_1}{g_1^2+\lambda}(w - f_{k+1})$. Bevezetve a $\mu = \frac{g_1^2}{g_1^2+\lambda}$ paramétert, a $\Delta u_k = \frac{\mu}{g_1}(w - f_{k+1})$ összefüggésre jutunk. Rögzített Δu^* mellett az alábbi egyenlőtlenségnek kell fennálnia:

$$\Delta u^* \frac{g_1}{w - f_{k+1}} \geq \mu. \tag{7}$$

Vegyük észre, hogy minél kisebb Δu^*-ot határozunk meg, annál kisebb μ-t, szükségképpen nagy λ-t kell választanunk. Ha az egyenlőtlenség bal oldala nagyobb, mint 1, akkor a $\mu = 1$, azaz $\lambda = 0$ paraméterekkel fut az algoritmus.

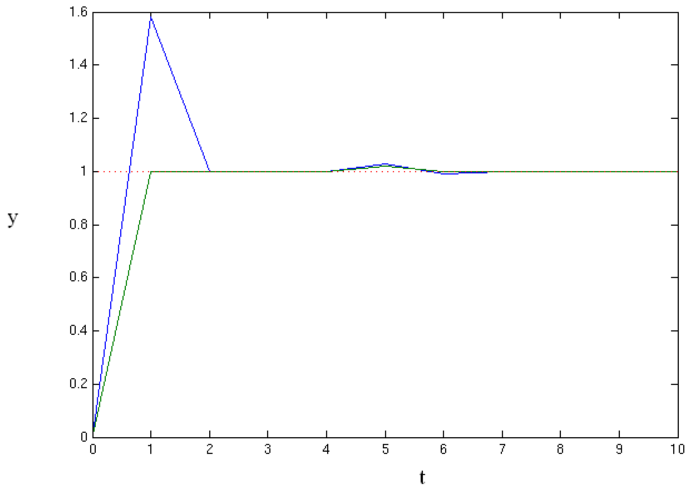
3.2. Vezérelhetőség Δu^* függvényében

Az előzőekben láthattuk, hogy Δu^* megválasztásából egyértelműen meghatározható a μ (tehát közvetve a λ) paraméter. Ez két kérdést vet fel. Egyrészt, az adott μ paraméterrel a DMC-algoritmus a kívánt trajektóriára vezérli-e a rendszert? Másrészt ha igen, logikus következtetés, hogy a paraméter valamelyest ront a konvergencia sebességén, ezt az adatot szeretnénk becsülni, illetve számszerűsíteni. Ezt a feltételezésünket az alábbi két ábrán szemléltetem.

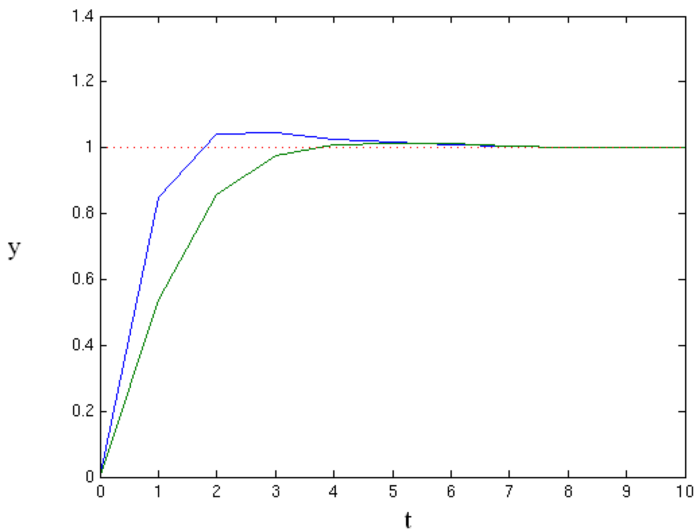
A [2] cikk eredménye azon alapul, hogy a

$$v_k = (y_k - w, u_k - (1-\alpha)w/g_1, \dots, u_{k-N+1} - (1-\alpha)w/g_1)$$

vektorral felírva a referencia trajektóriától való eltérést, az algoritmus adott lépését, és így a hiba csökkenését egy $v_{k+1} = M_N v_k$ mátrix szorzással reprezentálja



1. ábra. A $\lambda = 0$ eset



2. ábra. A $\lambda = 0.5$ eset

ahol

$$M_N = \begin{pmatrix} \alpha & g_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{\mu\alpha}{g_1} & \mu\frac{g_1-g_2}{g_1}+1-\mu & \mu\frac{2g_2-g_1-g_3}{g_1} & \dots & \mu\frac{2g_{N-1}-g_{N-2}-g_N}{g_1} & \mu\frac{2g_N-g_{N-1}-g_{N+1}}{g_1} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a szokásos jelölésekkel, azaz $\alpha = e^{a\tau}$, továbbá $\mu = \frac{g_1^2}{g_1^2+\lambda}$. Így $\|M_n\| < 1$ az elégséges feltétel arra, hogy a DMC-algoritmussal a kívánt trajektóriára vezérelhető a rendszer. Arra a speciális esetre, amikor $\mu = 1$ (azaz $\lambda = 0$) adott a bizonyítás, illetve azt is tudjuk, hogy bizonyos speciálisan megválasztott μ esetén szintén vezérelhető a redszer.

Szeretnénk tehát a hibát, a már kiszámolt μ függvényében vizsgálni. Az alapötlet az, hogy az M_N mátrixot írjuk fel két mátrix szorzataként, $M_N = L \cdot \hat{M}_N$ az alábbi feltételekkel. Az L mátrix nem függhet csak a μ paramétertől, $\hat{M}_N$ pedig az M_N mátrix $\mu = 1$ esetének felel meg. Ha ez megvalósítható, akkor az L mátrix reprezentálja azt a hatást, amit a Δu maximalizálásával okozunk. Ebben az esetben tudjuk, hogy $\|\hat{M}_N\| = R$, ahol $R < 1$ a konvergencia sebességét mutató érték. A hibavektorra így $v_{k+1} = M_N v_k = L \cdot \hat{M}_N v_k$. Felhasználva a Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz-egyenlőtlenséget,

$$\|v_{k+1}\| \leq \|M_N\|\|v_k\| \leq \|L\|\|\hat{M}_N\|\|v_k\|. \tag{8}$$

Tehát kimondhatjuk, hogy ekkor az L mátrix normájával számszerűsíthetjük a konvergencia romlását. Kiszámítható, hogy

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 1-\mu & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Vegyük észre, hogy $\mu = 1$ esetén $L = I_{N+1}$, így az eredeti $\lambda = 0$ feladatra vezet vissza. Tehát a továbbiakban az L mátrix normáját fogjuk vizsgálni.

Fontos megemlíteni, hogy az $\hat{M}_N$-ről ismeretes [2], hogy minden sajátértéke kisebb, mint 1, ezért bármely normája kisebb, mint 1 [4]. Mi további számításainkat a $\|\,\boldsymbol{.}\,\|_2$ normában végezzük, melyet az egyszerűség kedvéért $\|\,\boldsymbol{.}\,\|$-vel jelölünk.

Jegyezzük meg, hogy az $N \times N$ mátrixok véges dimenziós vektorteret alkotnak, és véges dimenziós vekrortéren minden norma ekvivalens [5].

$$\|L\| = \sqrt{\lambda_{max}(L^T L)}.$$

Némi számítás után,

$$L^T L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mu^2 & \mu(1-\mu) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mu(1-\mu) & (1-\mu)^2+1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ez egy blokkdiagonális mátrix, így a sajátértékei megegyeznek a blokkok sajátértékeivel. Az egyetlen blokk, melynek nem triviális a sajátértéke a

$$\begin{pmatrix} \mu^2 & \mu(1-\mu) \\ \mu(1-\mu) & (1-\mu)^2+1 \end{pmatrix}.$$

Vegyük észre a blokk és az alábbi mátrix közti összefüggést:

$$\left(S = \begin{matrix} \mu & 1-\mu \\ 0 & 1 \end{matrix} \right).$$

esetén $S^T S$ pont a blokkot adja. Így $\|S\|$ kiszámítására vezettük vissza a feladatot. Másrészt S felírható két mátrix összegeként, nevezetesen, $S = S_1 + S_2$ ahol

$$S_1 = \begin{pmatrix} \mu & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

másrészt

$$S_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1-\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ekkor a háromszög-egyenlőtlenség miatt az $\|S\| \le \|S_1\| + \|S_2\|$ felső becslés használható. Mivel $S_1^T S_1$ és $S_2^T S_2$ is szimmetrikus, így minden sajátértékük valós. Könnyen kiszámítható, hogy $S_1^T S_1$ sajátértékei az 1 és a μ, és $\mu < 1$ miatt $\|S_1\| = 1$. Továbbá $S_2^T S_2$ sajátértékei a 0 és az $(1-\mu)^2$, így $\|S_2\| = 1-\mu$. Mivel mindkét érték pozitív, így fennáll az $\|S\| \le 2-\mu$ becslés.

Összegezve az eddigi eredményeket a következőre jutunk. A hibavektor csökkenését reprezentáló M_N mátrixra fennáll az $\|M_N\| \le (2-\mu)R$ becslés, ahol R

volt a korlátozás nélküli rendszer hibájának csökkenése lépésenként. Vegyük észre, hogy $\mu = 1$-re valóban az eredeti konvergenciasebességet kapjuk vissza, és μ ismeretében most már becsülhetjük az algoritmus konvergenciájának sebessegét, és elégséges feltételünk van arra, hogy milyen korlátozás mellett használható az algoritmus.

4. Vezérlés nem konstans trajektóriára

Az alábbiakban azt vizsgáljuk, hogyan viselkedik a rendszer, ha nem konstans, hanem egy $w(t)$ időben változó trajektóriára akarjuk vezérelni, ahol $w(t)$ egy folytonos függvény. Ebben az esetben legyen a G dinamikus mátrix 1×1-es, vagyis egyszerűen g_1. Tegyük fel hogy a módszer asszimptotikusan stabil, és a rendszert a kívánt konstans trajektóriára vezérli, tehát a hibamátrix sajátértékeire $R < 1$ felső becslést tudunk adni. Ha a trajektória nem konstans, $|y_{k+1}-w_{k+1}| \leq R|y_k-w_{k+1}|$, ahol $w_k = w(k\tau)$, illetve y_k legyen a τk időpontban vett, már súlyvektorral szorzott egydimenziós kimenet. Nekünk azonban $|y_k - w_k|$-függvényében kellene becslést adnunk. Legyen $\Delta w_{k+1} = w_{k+1} - w_k$. Ekkor,

$$R|y_k - w_k + \Delta w_{k+1}| \geq |y_{k+1} - w_{k+1}|.$$

Kihasználva a háromszög egyenlőtlenséget,

$$|y_{k+1} - w_{k+1}| \leq R|y_k - w_k| + |R\Delta w_{k+1}|.$$

Ez az összefüggés nyilván fennál a $k + 2$ időpontban is, így

$$|y_{k+2} - w_{k+2}| \leq R|y_{k+1} - w_{k+1}| + |R\Delta w_{k+2}|,$$

így a második lépésre

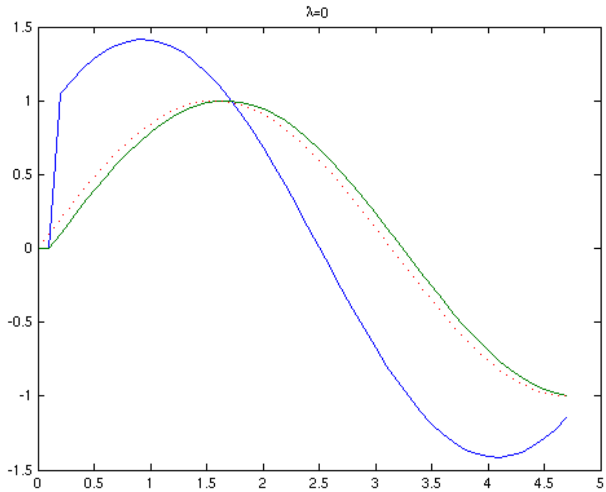
$$|y_{k+2} - w_{k+2}| \leq R^2|y_k - w_k| + R^2|\Delta w_{k+2}| + R|\Delta w_{k+1}|.$$

Általánosan a n-edik lépésre

$$|y_{k+n} - w_{k+n}| \leq R^n|y_k - w_k| + R^n|\Delta w_{k+1}| + \ldots + R^2|\Delta w_{k+n-1}| + R|\Delta w_{k+n}|.$$

Tegyük fel, hogy létezik valamilyen L_w konstans, úgy, hogy minden k-re $|\Delta w_k| \leq L_w$. Ha $w(t)$ folytonos Lipschitz-tulajdonságú függvény, akkor annak Lipschitz-konstansa szorozva a lépésközzel megfelelő lesz. Ekkor a mértani sor összegképlete alapján,

$$|y_{k+n} - w_{k+n}| \leq R^n|y_k - w_k| + L_w\tau \left|R\frac{R^{n+1}-1}{R-1}\right| \leq R^n|y_k - w_k| + L_w\tau \left|\frac{1}{1-R}\right|.$$



3. ábra. Az algoritmus viselkedése változó trajektóriára

Mivel $|\frac{1}{1-R}|$ konstans, így a hiba $o(\tau)$-val növekszik a konstans trajektóriára való vezérlés hibájához képest. Ezt figyelhetjük meg, egy folyamatosan változó trajektória esetén az alábbi ábrán:

Az ábrán $w(t) = \sin t$ függvény által definiált trajektóriára vezérlünk. Kiválóan megfigyelhető a lépésközzel megegyező nagyságrendű eltolódás a célfüggvény és az algoritmus által adott kimenet között.

Következmény: Bármely lineáris differenciálegyenlet-rendszerre kimondhatjuk, hogy ha az a DMC-algoritmussal konstans trajektóriára vezérelhető, akkor bármely olyan trajektóriára vezérelhető $o(\tau)$ pontossággal, melyet Lipshitz-folytonos függvénnyel definiálunk.

5. Eredmények

Korábbi eredményekből láthattuk, hogy lineáris differenciálegyenlettel definiált rendszer vezérelhető a DMC-algoritmussal abban az esetben, ha az eredeti differenciálegyenlet aszimptotikusan stabil. Cikkünkben ilyen rendszerek vezérelhetőségét vizsgáltuk két további általánosítással, a bemenő jel megváltozásának korlátozását, és referencia trajektória változását szem előtt tartva. A bemenő jel megváltozására tett korlátból (Δu^*) kifejezhető ugyanis a bemenő jel csillapítását szolgáló paraméter (μ vagyis közvetve λ), nevezetesen fennáll a

$$\Delta u^* \frac{g_1}{w - f_{k+1}} \geq \mu$$

összefüggés. A μ paraméter meghatározása után a következő feladat annak vizsgálata volt, hogy adott μ mellett az algoritmus alkalmazható-e vezérlésre. A hiba csökkenését reprezentáló mátrix M_N ügyes felbontása után sikerült számszerűsítenünk a csillapítás hatását a konvergenciára, így az

$$\|M_N\| \leq (2 - \mu)R$$

összefüggésre jutunk, ahol R csillapítás nélküli algoritmus konvergenciájának sebessége.

Ezek után megvizsgáltuk, hogyan viselkedik a rendszer, ha nem konstans, hanem időben változó trajektóriára $w(t)$ vezéreljük. Számításaink megmutatják, ha a $w(t)$ folytonos függvénnyel definiált trajektória Lipshitz-folytonos, akkor a hiba a $w(t)$ függvényhez tartozó Lipshitz-konstans és a rendszer diszkretizálásakor lépésköznek választott τ értékektől függ. Így ha egy rendszert a DMC-algoritmussal konstans trajektóriára vezérelhetünk, akkor bármilyen Lipshitz-folytonos függvény által definiált trajektóriára is, egy τ lépésköz nagyságrendű hibától eltekintve.

Hivatkozások

[1] Darida Sándor: *A modell prediktív irányítás alkalmazása differenciálegyenletekre*, MSc. Szakdolgozat (2012)

[2] Ádám Besenyei, Péter Simon: *Asymptotic output controllability via dynamic matrix control*, Differ. Eq. Appl., **4** (2012), 495–519.

[3] Eduardo F. Camacho, Carlos Bordons: *Model Predictive Control*, Springer-Verlag, London, (2004).

[4] Michael Harrison, Patrick Waldron: *Mathematics for Economics and Finance*, Routledge, (2011).

[5] George Bachman, Lawrence Narici: *Functional Analysis*, Courier Corporation, Chelmsford, (1966).

(Beérkezett: 2015. március 30.)

Darida Sándor 1986-ban született, fiatalkorát érettségijéig Csongrádon töltötte. Egyetemi tanulmányait az ELTE TTK-n végezte, ahol először BSc szintű okleveles matematikus, majd MSc okleveles alkalmazott matematikus végzettségre tett szert. Érdeklődési területei az idő elteltével az absztrakt irányból egyre inkább az alkalmazott matematika irányába tolódtak. BSc szakdolgozatának fő témája a fraktálgeometria volt, MSc szakdolgozatában már vezérlési algoritmusokkal foglalkozott. A téma iránt az egyetem elvégzése után is érdeklődést mutatott, több ponton is tudta általánosítani a meglévő eredményeket.

Az egyetemi végzettség megszerzése után az OTP Banknál helyezkedett el, mely vállalatnál jelenleg is alkalmazásban van. A banki közegben lehetőséget kapott a statisztikai alapú modellezés gyakorlati alkalmazására és a módszertanok mélyebb megismerésére. A prediktív modellezés mellett foglalkozott többek között fejlett módszertannal (AMA) történő tőkeszámítással, illetve kidolgozott egy módszert a hálózati járványterjedésen alapuló modellek banki környezetben történő használatára.

DARIDA SÁNDOR
6640 Csongrád, Búzavirág utca 9.
`abisanyi@gmail.com`

THE USE OF DYNAMIC MATRIX CONTROL FOR CONTROLLING LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR NON-CONSTANT TRAJECTORIES WITH LIMITED INPUT PARAMETER

Sándor Darida

Dynamic Matrix Control (DMC) is one of the most used algorithm of Modell Predictive Control (MPC) method. We use DMC to drive a system to a given trajectory where the system is defined by a linear differential equation. We already know from previous results that such a system can be controlled by DMC when it is asymptotically stable. However results were restricted to constant trajectory case and also did not considered the fact that input must be bounded. We show controllability can be proved with theese extended conditions. It is also shown that convergence speed can be calculated directly from the bound of the input. For non-constant trajectories we proved that system can be controlled by DMC if the trajectory is defined by a Lipschitz continuous function.