Alkalmazott Matematikai Lapok **35** (2018), 57–65

A VALÓSZÍNŰSÉGELOSZLÁS HATÁSA AZ EGYÜTTES VALÓSZÍNŰSÉGI FELTÉTELLEL KORLÁTOZOTT SZTOCHASZTIKUS PROGRAMOZÁSI FELADATOK OPTIMUM ÉRTÉKÉRE[1]

SZÁNTAI TAMÁS

A dolgozat fő célkitűzése annak a vizsgálata, hogy egy együttes valószínűséggel korlátozott sztochasztikus programozási feladat optimum értékében mekkora változásokat eredményezhet, ha megváltoztatjuk az együttes valószínűségeloszlás tipusát, miközben ügyelünk arra, hogy az összes első és második momentum (várható érték, szórás, korreláció) azonos legyen. Három eloszlást tekintünk: a többdimenzós normális eloszlást, a Dirichlet-eloszlást és a Prékopa–Szántai-féle többdimenziós gamma eloszlást. Mivel a Dirichlet-eloszlás komponensei közt mindig negatív, a vizsgált többdimenziós gamma eloszlás komponensei közt mindig pozitív a korreláció, azért ezek az előírt feltételeink mellett egymással nem hasonlíthatók össze. Ezért mindkét eloszlást a többdimenziós normális eloszlással hasonlíthatjuk csak össze. Megadunk egy életszerű tesztfeladatot, melyre nyert numerikus eredményeink azt igazolják, hogy az optimum értékek a választott többdimenziós eloszlások szerint meglehetősen nagy eltéréseket mutathatnak. A nyert eredmények arra is rávilágítanak, hogy azonos típusú együttes valószínűségeloszlás alkalmazása esetén a korrelációs mátrix különbözősége hasonlóan jelentős eltérésekre vezethet az optimum értékekben.

1. Bevezetés

Ebben a cikkben a következő sztochasztikus programozási feladatot fogjuk a benne szereplő valószínűségi változók különböző együttes valószínűségeloszlása

[1] Jelen cikk lényegében az [5] angol nyelven megjelent közlemény magyar fordítása. Azért is szánom ezt az Alkalmazott Matematikai Lapok Prékopa András emlékének szentelt kötetébe, mert 1997-es megjelenése miatt András a [2] könyvében ezeket az eredményeket még nem szerepeltethette. Megismerni is mondhatni véletlenül ismerte meg a 2000-es évek elején, mikor meglepődve látta a címét a pulikációs listámban. Rögtön elkérte tőlem a konferenciakötetet és elolvasva a cikkemet igen érdekesnek találta a benne ismertetett numerikus eredményeket. Hiszem, hogy a mostani magyar nyelvű megjelenése „elősegítheti az elért eredmények minél előbbi, széles körű hazai felhasználását”.

mellett megoldani:

$$P\begin{pmatrix} d_{11}x_1 + \ldots + d_{1n}x_n \geq \beta_1 \\ \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \qquad \vdots \\ d_{s1}x_1 + \ldots + d_{sn}x_n \geq \beta_s \end{pmatrix} \geq p$$

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \quad &\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$$

$$min\,(\;c_1x_1 + \ldots + c_nx_n)$$

ahol $\beta_1, \ldots, \beta_s$ tetszőleges együttes valószínűségeloszlással bírhatnak, csak azzal a feltételezéssel élünk, hogy a komponenseik várható értékei rendre

$$E\,(\beta_1) = \mu_1, \ldots, E\,(\beta_s) = \mu_s,$$

szórásai rendre

$$D^2\,(\beta_1) = \sigma_1^2, \ldots, D^2\,(\beta_s) = \sigma_s^2,$$

a korrelációs együtthatóik mátrixa pedig

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \ldots & r_{1s} \\ r_{12} & 1 & \ldots & r_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1s} & r_{2s} & \ldots & 1 \end{pmatrix}.$$

Meg fogjuk vizsgálni azt, hogy a különböző együttes valószínűségeloszlások használata mekkora különbségeket hozhat létre a célfüggvény optimum értékében. A vizsgált együttes valószínűségeloszlások a többdimenziós normális eloszlás, a Dirichlet-eloszlás egy alkalmas transzformáltja és a Prékopa–Szántai-féle többdimenziós gamma eloszlás lesznek. A származtatott nemlineáris programozási feladatokat a Veinott-féle támaszsík algoritmus egy módosított változatával oldottuk meg (lásd [4]). A többdimenziós normális eloszlást ismertnek tételezzük fel, a 2. szakaszban megadjuk a Dirichlet-eloszlást és annak alkalmazási módját; a 3. szakaszban ugyanezt tesszük a többdimenzós gamma eloszlásra, és végül a 4. szakaszban futási eredményeket ismertetünk, melyek segítségével képet kaphatunk az egyes többdimenziós valószínűségeloszlásoknak a célfüggvény optimum értékére gyakorolt hatásáról.

2. A Dirichlet-eloszlás és tulajdonságai

A $\xi_1, \ldots, \xi_s$ valószínűségi változók $\vartheta_1 > 0, \ldots, \vartheta_s > 0, \vartheta_{s+1} > 0$ paraméterű Dirichlet-eloszlásúak, ha az együttes sűrűségfüggvényük

$$f(x_1, \ldots, x_s) = \frac{\Gamma(\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_s + \vartheta_{s+1})}{\Gamma(\vartheta_1) \cdots \Gamma(\vartheta_s) \Gamma(\vartheta_{s+1})} x_1^{\vartheta_1 - 1} \cdots x_s^{\vartheta_s - 1} (1 - x_1 - \ldots - x_s)^{\vartheta_{s+1} - 1},$$

ha $x_1 \geq 0, \ldots, x_s \geq 0$ és $x_1 + \ldots + x_s \leq 1$.

Ekkor a $\xi_1, \ldots, \xi_s$ valószínűségi változók várható értékei, szórásnégyzetei és kovariancia együtthatói a következők:

$$\begin{aligned} E(\xi_i) &= \frac{\vartheta_i}{\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_s + \vartheta_{s+1}}, \\ D^2(\xi_i) &= \frac{\vartheta_i (\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_{i-1} + \vartheta_{i+1} + \ldots + \vartheta_s + \vartheta_{s+1})}{(\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_s + \vartheta_{s+1})^2 (\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_s + \vartheta_{s+1} + 1)}, \\ \operatorname{cov}(\xi_i, \xi_j) &= \frac{-\vartheta_i \vartheta_j}{(\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_s + \vartheta_{s+1})^2 (\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_s + \vartheta_{s+1} + 1)} \qquad (i \neq j). \end{aligned}$$

Mivel a Dirichlet-eloszlású valószínűségi vektorváltozó minden komponense nulla és egy közti értékeket vesz fel, az együttes valószínűséggel korlátozott sztochasztikus programozási feladatokban ezeknek a komponenseknek egy-egy alkalmas lineáris transzformáltját kell használni. Ezért az alkalmazott valószínűségi korlát a következő alakot ölti:

$$P \begin{pmatrix} d_{11} x_1 + \ldots + d_{1n} x_n \geq \beta_1 = a_1 + (b_1 - a_1) \xi_1 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ d_{s1} x_1 + \ldots + d_{sn} x_n \geq \beta_s = a_s + (b_s - a_s) \xi_s \end{pmatrix} \geq p,$$

ahol $\xi_1, \ldots, \xi_s$ $\vartheta_1 > 0, \ldots, \vartheta_s > 0, \vartheta_{s+1} > 0$ paraméterű, Dirichlet-eloszlású valószínűségi változók. Minthogy a β_i, β_j valószínűségi változók közti korrelációs együtthatók ugyanazok, mint a ξ_i, ξ_j valószínűségi változók közöttiek, ezért az együttes valószínűségi korlátban a jobboldalon szereplő valószínűségi változók korrelációs mátrixát a $\vartheta_1 > 0, \ldots, \vartheta_s > 0, \vartheta_{s+1} > 0$ paraméter értékek választása meghatározza. Ugyanakkor nyilvánvalóan $E(\beta_i) = a_i + (b_i - a_i) E(\xi_i)$ és $D^2(\beta_i) = (b_i - a_i)^2 D^2(\xi_i)$, ezért a $\beta_i, i = 1, \ldots, n$ valószínűségi változók $E(\beta_i), i = 1, \ldots, n$ várható értékei és $D^2(\beta_i), i = 1, \ldots, n$ szórásnégyzetei az $a_i, b_i, i = 1, \ldots, n$ paraméterek alkalmas megválasztásával rögzíthetőek. Megjegyezzük, hogy ezek a paraméterek a $\beta_i, i = 1, \ldots, n$ valószínűségi változók lehetséges legkisebb, illetve legnagyobb értékeit jelentik.

3. A többdimenziós gamma eloszlás és tulajdonságai

Az egyváltozós gamma eloszlás sűrűségfüggvénye

$$f(z) = \frac{\lambda^{\vartheta} z^{\vartheta-1} e^{-\lambda z}}{\Gamma(\vartheta)}, z > 0$$

és $f(z) = 0$, ha $z \leq 0$, ahol $\lambda > 0, \vartheta > 0$ paraméterek.

Ha $\lambda = 1$, akkor a gamma eloszlást standardnak nevezzük. Ha ξ a fenti sűrűségfüggvénnyel bír, akkor könnyű azt belátni, hogy $\zeta = \lambda\xi$ standard gamma eloszlású. A [3] cikkben a szerzők olymódon vezettek be egy többdimenziós standard gamma eloszlást, hogy vették annak a $\zeta^T = (\zeta_1, \ldots, \zeta_n)$ véletlen vektornak a többdimenziós eloszlását, amelyet úgy definiáltak, hogy:

$$\zeta = A\eta,$$

ahol A egy olyan $n \times (2^n - 1)$ méretű mátrix, amely oszlopai az összes lehetséges $0, 1$ komponensekből álló, nem azonosan nulla vektorok, és η egy $2^n - 1$ komponensű, független, standard gamma eloszlású komponensekkel bíró véletlen vektor. Megjegyezzük, hogy a cikk szerzői az η valószínűségi vektorváltozó bármelyik η_i komponensére megengedték, hogy a ϑ_i paraméterének nulla legyen az értéke. Ezen nyilván azt kell érteni, hogy $\eta_i \equiv 0$. Ezt az együttes eloszlást és annak empirikus adatokhoz történő illesztésének a módszerét a szerzőik egy olyan hidrológiai alkalmazás kapcsán dolgozták ki, amely során egymást követő időperiódusok vízhozam adatainak ez együttes valószínűségeloszlását kellett leírniuk.

A többdimenziós gamma eloszlású valószínűségi vektorváltozó komponenseivel felírt együttes valószínűségi korlát a mi alkalmazásunkban a következő alakot ölti:

$$P\begin{pmatrix} d_{11}x_1 + \ldots + d_{1n}x_n \geq \beta_1 = \frac{1}{\lambda_1}\xi_1 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ d_{s1}x_1 + \ldots + d_{sn}x_n \geq \beta_s = \frac{1}{\lambda_s}\xi_s \end{pmatrix} \geq p,$$

ahol a $\xi_1, \ldots, \xi_s$ valószínűségi változók a fent leírt standard gamma együttes eloszlásúak $\vartheta_1 > 0, \ldots, \vartheta_s > 0$ paraméterekkel. Ekkor, ha adottak az $E(\beta_i), D^2(\beta_i)$ és $\mathrm{cov}(\beta_i, \beta_j) \geq 0$ értékek, akkor a $\lambda_1, \ldots, \lambda_s; \vartheta_1, \ldots, \vartheta_s$ paraméterek a következő összefüggésekből számolhatók:

$$E(\beta_i) = E\left(\frac{1}{\lambda_i}\xi_i\right) = \frac{1}{\lambda_i}E(\xi_i),$$

$$D^2(\beta_i) = D^2\left(\frac{1}{\lambda_i}\xi_i\right) = \frac{1}{\lambda_i^2}D^2(\xi_i).$$

Mivel a standard gamma eloszlású ξ_i valószínűségi változókra

$$E(\xi_i) = D^2(\xi_i) = \vartheta_i,$$

azért azt kapjuk, hogy

$$\lambda_i = \frac{E(\beta_i)}{D^2(\beta_i)},$$

$$\vartheta_i = \frac{E^2(\beta_i)}{D^2(\beta_i)}.$$

Mivel a β_i, β_j valószínűségi változók közti korrelációs együttható ugyanaz, mint a ξ_i, ξ_j valószínűségi változók közötti, azért a jobboldali valószínűségi változók $(\beta_1, \ldots, \beta_s)$ közötti korrelációs szerkezet létrehozható azáltal, hogy a $\xi_1, \ldots, \xi_s$ valószínűségi változók standard gamma együttes eloszlását illesztjük az empirikus korrelációs együtthatókhoz.

A Dirichlet-eloszlásról további részletek a [6] könyvben, a többdimenziós gamma eloszlásról pedig a [3] cikkben olvashatók. Az együttes valószínűségi eloszlásfüggvény és parciális deriváltjai értékeinek numerikus meghatározásáról pedig a [2] könyvben talál további részleteket az érdeklődő olvasó.

4. Numerikus eredmények egy teszt feladatra

Tekintsünk egy háromféle kávé keveréket (1. pörkölt kávé, 2. pörkölt kávé és 3. pörkölt kávé) előállító kávépörkölő üzemet. Az üzem szigorú követelményeket fogalmazott meg a háromféle pörkölt kávé keverék fő minőségi tulajdonságait illetően:

	1. pörkölt kávé	2. pörkölt kávé	3. pörkölt kávé
savasság	$\leq 3,5$	$\leq 4,0$	$\leq 5,0$
koffein tartalom	$\leq 2,8$	$\leq 2,2$	$\leq 2,4$
víz tartalom	$\geq 7,0$	$\geq 6,0$	$\geq 5,0$
erősség	$\leq 2,5$	$\leq 3,0$	$\leq 7,8$
aroma tartalom	$\geq 7,0$	$\geq 5,0$	$\geq 4,0$

Az előrejelzések szerint az üzem háromféle pörkölt kávé keverékéből a következő hónap során véletlen mennyiségekre lesz igény az alábbi várható értékekkel és szórásokkal:

	várható érték	szórás
1. pörkölt kávé	3000	1000
2. pörkölt kávé	30000	10000
3. pörkölt kávé	15000	5000

Az egyik hónap első napján az üzem azt látja, hogy 8 különböző típusú nyerskávé áll különböző mennyiségekben a rendelkezésére. A következő táblázat megadja, hogy az egyes nyerskávé-féleségeknek mennyi volt a beszerzési ára; a rendelkezésre álló mennyisége; és hogy az ötféle előírt minőségi tulajdonságot (savasság, koffeintartalom, víztartalom, erősség és aroma) illetően milyen értékkel rendelkeznek:

	ár (eFt/kg)	mennyiség (kg)	savasság (pH)	koffeintartalom (%)	víztartalom (%)	erősség index	aroma index
1	0,35	25000	4,0	1,8	6	2	8
2	0,20	75000	4,5	1,0	5	7	4
3	0,44	5000	3,0	3,0	8	2	7
4	0,41	20000	4,0	2,0	6	2	7
5	0,36	5000	3,5	1,5	6	3	9
6	0,34	4000	3,6	1,1	6	4	7
7	0,36	5000	3,2	1,4	6	3	8
8	0,19	100000	5,1	1,7	5	9	1

Az üzemnek azt kell meghatároznia, hogy a rendelkezésre álló nyerskávékból pörkölés után mennyit használjon az egyes kávékeverékek előállítására. Ehhez egy együttes valószínűséggel korlátozott sztochasztikus programozási feladatot kell megfogalmaznia, amelyben előírt (magas) valószínűséggel megkísérli kielégíteni a kávékeverékekre vonatkozó véletlen igényeket, miközben a lehető legkevesebbet igyekszik kifizetni a felhasznált nyerskávékért. Ennek a sztochasztikus programozási feladatnak a megfogalmazása megtalálható a [4] cikkben és a [2] könyvben is. Ezért ezt itt most nem írjuk fel.

Az összes megoldott tesztfeladatban a $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ valószínűségi változókra azt tesszük fel, hogy

$$\begin{aligned} &E(\beta_1) = 3000, \quad E(\beta_2) = 30000, \quad E(\beta_3) = 15000, \\ &D(\beta_1) = 1000, \quad D(\beta_2) = 10000, \quad D(\beta_3) = 5000, \end{aligned}$$

és az előírt megbízhatósági szint minden esetben $p = 0,9$.

A következő két táblázat a tesztfeladatok egy sorozatának eredményeit adja meg. Mindkét táblázatban az első három oszlop a korrelációs együtthatókat tartalmazza, a következő két oszlop pedig a célfüggvény két különböző együttes valószínűségeloszlás alkalmazása melletti optimum értékét adja meg. Az első táblázat esetében ezek a Dirichlet és a normális eloszlások, míg a második táblázat esetében a gamma és a normális eloszlások. Az utolsó oszlopban mindig a két optimum érték közti eltérés százalékos értéke található a normális eloszláshoz tartozó optimum érték százalékában.

1. táblázat

$\mathrm{corr}(\beta_1, \beta_2)$	$\mathrm{corr}(\beta_1, \beta_3)$	$\mathrm{corr}(\beta_2, \beta_3)$	Dirichlet	normális	eltérés
$-0,41$	$-0,44$	$-0,47$	23540	22407	$5,06\%$
$-0,20$	$-0,21$	$-0,22$	24361	22382	$8,84\%$
$-0,13$	$-0,14$	$-0,14$	24531	22374	$9,64\%$

2. táblázat

$\mathrm{corr}(\beta_1, \beta_2)$	$\mathrm{corr}(\beta_1, \beta_3)$	$\mathrm{corr}(\beta_2, \beta_3)$	gamma	normális	eltérés
$0,0$	$0,0$	$0,0$	23396	22345	$4,70\%$
$0,1$	$0,3$	$0,4$	23085	22200	$3,99\%$
$0,2$	$0,6$	$0,8$	22689	21776	$4,19\%$
$0,8$	$0,8$	$0,8$	22166	21514	$3,03\%$
$0,98$	$0,98$	$0,98$	21131	20775	$1,71\%$

Az eddigi vizsgálataink azt mutatják meg, hogy az együttes valószínűséggel korlátozott sztochasztikus programozási feladatok optimuma mennyire robusztus a feladatokban szereplő véletlen mennyiségek különböző eloszlástípusaira nézve. Megjegyezzük azonban, hogy a két táblázat eredményeiből az is leolvasható, hogy mekkora eltérés lehet az optimum értékek közt akkor is, ha a többdimenziós együttes eloszlás jellegét nem, hanem csak a komponensek közti korrelációkat változtatjuk meg. Így például, ha a legnegatívabban korrelált komponensekkel bíró együttes normális eloszlás eredményét (1. táblázat első sora) viszonyítjuk a legpozitívabban korrelált komponensekkel bíró együttes normális eloszlás eredményéhez (2. táblázat utolsó sora), az eltérés a kisebbik optimum érték százalékában $7,86\%$. Ugyanez a legnegatívabban korrelált komponensekkel (1. táblázat első sora) és a legkevésbé negatívan korrelált komponensekkel bíró (1. táblázat utolsó sora) Dirichlet-eloszlás esetében $4,04\%$. Végül a független komponensekkel bíró (2. táblázat első sora) és a legpozitívabban korrelált komponensekkel bíró (2. táblázat utolsó sora) gamma eloszlás esetében $10,72\%$.

Hasonló vizsgálatokat végzett Chopra és Ziemba ([1]) a portfólió választás problémájára. Megállapították, hogy az optimális portfólióra a legnagyobb hatással a véletlen hozamok várható értékei vannak, második legnagyobb hatással a szórásnégyzeteik és csak harmadsorban vannak hatással a hozamok közti kovarianciák. A cikkünkben nem vizsgáltuk az együttes valószínűséggel korlátozott sztochasztikus programozási feladatokban szereplő véletlen mennyiségek várható értékei, illetve szórásnégyzetei megváltoztatásának a hatását, mert azt triviálisnak tartottuk. Arra azonban kevésbé lehetett számítani, hogy csupán a kovarianciák változtatásával is ilyen nagy százalékkal meg tudnak változni a feladatok optimum értékei.

5. További kutatási lehetőségek

További érdekes kutatási lehetőség lehet az, hogy hogyan változik meg egy együttes valószínűséggel korlátozott sztochasztikus programozási feladat optimum értéke az együttes eloszlás megváltoztatásával, még ha bizonyos számú momentumot nem is változtatunk meg. Az is érdekes kérdés lehet, hogy egyre több momentum rögzítésével maximum mennyire különbözhetnek a különböző eloszlásokkal kapott optimum értékek, valamint, hogy ez a feladat egyéb szerkezeti tulajdonságaitól (például, változók száma, korlátozások száma, konstansok nagysága, speciális struktúra stb.) hogyan függ. Még újabban a jelen cikk szerzője és Kovács Edith konferencia előadásokban megmutatta, hogy kopula függvények által generált függőségi rendszerrel bíró együttes valószínűségeloszlások alkalmazása ugyancsak jelentős hatással lehet az együttes valószínűséggel korlátozott sztochasztikus programozási feladatok optimum értékére. Ezért is és azért is, mert a kopula függvények egyre szélesebb körben nyernek alkalmazást a sztochasztikus modellezésben, fontos lehet ebbben az irányban is kutatásokat folytatni.

Hivatkozások

[1] Chopra, V.K. and Ziemba, W.T.: *The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice*, Journal of Portfolio Management, Vol. **19** (1993), 6–11.

[2] Prékopa, A.: *Stochastic Programming*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1995)

[3] Prékopa, A. and Szántai, T.: *A new Multivariate Gamma Distribution and its Fitting to Empirical Data*, Water Resources Research, Vol. **14** (1978), 672–678.

[4] Szántai, T.: *A Computer Code for Solution of Probabilistic constrained Stochastic Programming Problems*, in: Numerical Techniques for Stochastic Optimization, ed. Yu. Ermoliev and R. J–B Wets, Springer Series in Computational Mathematics **10** (1988),229–235.

[5] Szántai, T.: *Probabilistic constrained programming and distributions with given marginals*, In: Distributions with given marginals and moment problems, Proceedings of the 3rd Conference on „Distributions with Given Marginals and Moment Problems", held at Czech Agricultural University, Prague, Czech Republic, September 2–6, 1996, eds. Benes, V. Stepan, J. Springer, Dordrecht, Netherlands, (1997), 205–210.

[6] Wilks, S. S.: *Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, New York, London (1962).

Szántai Tamás 1946-ban született. Az ELTE TTK alkalmazott matematikus szakán 1969-ben diplomázott. 1970-ben egyetemi doktori címet, 1985-ben kandidátusi, 1995-ben PhD fokozatot szerzett, 2005-ben habilitált a BME TTK Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolájában, és elnyerte az MTA doktora címet is. 1976-ban Farkas Gyula-díjat, 2012-ben BME József Nádor Emlékérmet és MOT Egerváry Jenő Emlékplakettet kapott. 2000 és 2003 közt Széchenyi Professzori Ösztöndíjas volt. Az aspirantúrájától és az ELTE TTK Operációkutatási Tanszéken töltött 9 évtől eltekintve mindig a BME-n oktatott.

Jelenleg a BME TTK Differenciálegyenletek Tanszék professor emeritusa. Kutatási területei a sztochasztikus modellezés és optimalizálás. Az MTMT szerint 1 könyv, 4 könyvrészlet, 47 tudományos cikk, 25 konferencia közlemény szerzője, melyekre összesen 447, köztük 391 független hivatkozást kapott. A Commettee on Stochastic Programming vezetőségi tagja volt 1992–2001 között, a BJMT tagja 1969-től, a MOT alapító tagja 1991-től, az NJSZT tagja 1970-től, az MTA Operációkutatási Bizottság tagja 1993-tól és az MTA köztestületi képviselője volt 1995-2001 között.

SZÁNTAI TAMÁS
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Matematika Intézet, Differenciálegyenletek Tanszék
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3–9.
email: szantai@math.bme.hu

PROBABILISTIC CONSTRAINED PROGRAMMING AND DISTRIBUTIONS WITH GIVEN MARGINALS

Tamás Szántai

The paper examines the effect of the joint probability distributions with different marginals on the optimum value of a probabilistic constrained stochastic programming problem. The investigated joint probability distributions are the multivariate normal, the Dirichlet and a multivariate gamma probability distributions. A real life test problem is formulated. Numerical results of this problem show that the optimum values may differ significantly when changing the joint probability distribution of the random parameters involved in the problem. Further interesting research directions are also formulated at the end of the paper.

This paper is a Hungarian version of the paper published by the author in the conference volume [5].