*Alkalmazott Matematikai Lapok* **37** (2020), 277–286.
DOI: 10.37070/AML.2020.37.2.11

# ÚJ KERESÉSI IRÁNYRA ÉPÜLŐ BELSŐPONTOS ALGORITMUS LINEÁRIS OPTIMALIZÁLÁSRA

DARVAY ZSOLT, RIGÓ PETRA RENÁTA, SZÉNÁSI ESZTER

Egy új keresési irányra alapozott teljes Newton-lépéses belsőpontos algoritmust vezetünk be lineáris optimalizálási feladatok megoldására. Az eljárás során algebrailag ekvivalens átalakítás [2] segítségével változtatjuk meg a centrális utat megadó egyenletrendszert. Megmutatjuk, hogy a módszer polinomiális komplexitású. Ez az első lineáris optimalizálásra vonatkozó belsőpontos algoritmus, amely ezzel a speciális keresési iránnyal dolgozik.

## 1. Bevezetés

Az első belsőpontos algoritmust Karmarkar [4] vezette be 1984-ben lineáris optimalizálási feladatok megoldására. Roos, Terlaky, Vial [9], Wright [12] és Ye [13] összefoglalták a belsőpontos algoritmusok elméletére vonatkozó legfontosabb eredményeket.

A keresési irányok megválasztása fontos szerepet játszik ezeknek az algoritmusoknak az esetében. 2002-ben Darvay [2] bevezette a centrális út algebrailag ekvivalens átalakításának módszerét keresési irányok meghatározására. Egy folytonosan differenciálható és invertálható függvényt alkalmazott a centrális utat meghatározó rendszer centralizálási egyenletére. A szakirodalomban eddig az identikus függvényt, a gyökfüggvényt és a $\varphi(t) = t - \sqrt{t}$ függvényt használták [2, 3, 9]. Később, Kheirfam és Haghighi [5] a $\varphi(t) = \frac{\sqrt{t}}{2(1+\sqrt{t})}$ függvényre épülő irányt használták lineáris komplementaritási feladatok megoldására vonatkozó belsőpontos algoritmus bevezetésére. Ebben a cikkben egy új belsőpontos algoritmust mutatunk be lineáris optimalizálási feladatok megoldására, amely a Kheirfam és Haghighi által bevezetett irányra épül. Igazoljuk a módszer polinomialitását is. Az algoritmusra vonatkozó elemzés a [8] tanulmányban van részletesen bemutatva.

## 2. A lineáris optimalizálási feladat

A primál feladat a következő:

$$\min\{\mathbf{c}^T\mathbf{x} \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}, \tag{1}$$

ahol $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $rang(A) = m$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ és $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$. A duál feladatot az alábbi módon adhatjuk meg:

$$\max\{\mathbf{b}^T\mathbf{y} \mid A^T\mathbf{y} + \mathbf{s} = \mathbf{c}, \quad \mathbf{s} \geq \mathbf{0}\}. \tag{2}$$

Az általánosság megsértése nélkül feltételezhetjük, hogy létezik egy olyan $(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0, \mathbf{s}^0)$ hármas, amelyre teljesül a belső pont feltétel:

$$\begin{aligned} A\mathbf{x}^0 &= \mathbf{b}, & \mathbf{x}^0 &> \mathbf{0}, \\ A^T\mathbf{y}^0 + \mathbf{s}^0 &= \mathbf{c}, & \mathbf{s}^0 &> \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{3}$$

Az önduális beágyazás technikáját [11, 14] felhasználva a csupa egyesekből álló $n$-dimenziós $\mathbf{e}$ egységvektor tekinthető kezdeti pontnak. Ennek a technikának a lényege, hogy az eredeti feladatot beágyazza egy nagyobb dimenziójú, ferdén szimmetrikus, önduális lineáris programozási feladatba oly módon, hogy az új önduális lineáris programozási feladatnak a csupa egyes vektor már szigorú belső pontja. A centrális utat meghatározó rendszer a következőképpen adható meg:

$$\begin{aligned} A\mathbf{x} &= \mathbf{b}, & \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \\ A^T\mathbf{y} + \mathbf{s} &= \mathbf{c}, & \mathbf{s} &\geq \mathbf{0}, \\ \mathbf{x}\mathbf{s} &= \mu\mathbf{e}, \end{aligned} \tag{4}$$

ahol $\mu > 0$. Feltételezve, hogy a (3) teljesül, fix $\mu > 0$ esetén a (4) rendszernek egyértelmű megoldása van, amelyet $\mu$-*centrum*nak hívunk (Sonnevend [10]). Ha $\mu$ tart nullához, a centrális út a feladat optimális megoldásához konvergál.

## 3. Algebrailag ekvivalens átalakítás módszere

Ebben a fejezetben bemutatjuk az algebrailag ekvivalens átalakítás módszerét [2]. Tekintsük a differenciálható és invertálható $\varphi : (\xi, \infty) \to \mathbb{R}$ függvényt, ahol $\xi > 0$. A $(\xi, \infty)$ intervallumra azért van szükség, mivel egyes $\varphi$ függvények esetében az értelmezési tartomány nem a $(0, \infty)$ intervallum. Továbbá, használjuk az $f(\mathbf{x}) = [f(x_1), \ldots, f(x_n)]^T$ jelölést. Ekkor a (4) rendszer az alábbi ekvivalens alakra transzformálható:

$$\begin{aligned} A\mathbf{x} &= \mathbf{b}, & \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \\ A^T\mathbf{y} + \mathbf{s} &= \mathbf{c}, & \mathbf{s} &\geq \mathbf{0}, \\ \varphi\left(\frac{\mathbf{x}\mathbf{s}}{\mu}\right) &= \varphi(\mathbf{e}). \end{aligned} \tag{5}$$

Erre a rendszerre alkalmazzuk a Newton módszert. Feltételezve, hogy (3) teljesül, néhány átalakítással az alábbi rendszert kapjuk:

$$\begin{aligned} A\Delta\mathbf{x} &= \mathbf{0}, \\ A^T\Delta\mathbf{y} + \Delta\mathbf{s} &= \mathbf{0}, \\ \frac{\mathbf{s}}{\mu}\varphi'\left(\frac{\mathbf{xs}}{\mu}\right)\Delta\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}}{\mu}\varphi'\left(\frac{\mathbf{xs}}{\mu}\right)\Delta\mathbf{s} &= \varphi(\mathbf{e}) - \varphi\left(\frac{\mathbf{xs}}{\mu}\right). \end{aligned} \tag{6}$$

A (6) rendszer utolsó egyenletét az alábbi alakra hozhatjuk:

$$\mathbf{s}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{x}\Delta\mathbf{s} = \mu \cdot \frac{\varphi(\mathbf{e}) - \varphi\left(\frac{\mathbf{xs}}{\mu}\right)}{\varphi'\left(\frac{\mathbf{xs}}{\mu}\right)}. \tag{7}$$

Bevezetjük az alábbi jelöléseket, amelyeket a skálázásnál fogunk használni:

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{xs}}{\mu}}, \qquad \mathbf{d_x} = \frac{\mathbf{v}\Delta\mathbf{x}}{\mathbf{x}}, \qquad \mathbf{d_s} = \frac{\mathbf{v}\Delta\mathbf{s}}{\mathbf{s}}. \tag{8}$$

Tekintsük továbbá az $\overline{A} = \frac{1}{\mu}A \cdot diag\left(\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{v}}\right)$ jelölést. Ekkor az alábbi skálázott rendszert kapjuk:

$$\begin{aligned} \overline{A}\mathbf{d_x} &= \mathbf{0}, \\ \overline{A}^T\Delta\mathbf{y} + \mathbf{d_s} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{d_x} + \mathbf{d_s} &= \mathbf{p_v}, \end{aligned} \tag{9}$$

ahol

$$\mathbf{p_v} = \frac{\varphi(\mathbf{e}) - \varphi(\mathbf{v}^2)}{\mathbf{v}\varphi'(\mathbf{v}^2)}. \tag{10}$$

Látható, hogy különböző $\varphi$ függvények alkalmazása esetén a $\mathbf{p_v}$ vektornak különböző értékeit kapjuk. Ezek új keresési irányra épülő belsőpontos algoritmusokhoz vezetnek. Ebben a cikkben a $\varphi(t) = \frac{\sqrt{t}}{2(1+\sqrt{t})}$ függvényt használjuk, amit először Kheirfam és Haghighi [5] vezettek be lineáris komplementaritási feladatok esetében. Ezáltal megadjuk az első belsőpontos algoritmust lineáris optimalizálásra, amely erre az irányra épül.

Léteznek más módszerek is a keresési irányok meghatározására. 2002-ben Peng, Roos és Terlaky [7] bevezették az önreguláris barrier függvények osztályát a keresési irányok meghatározására belsőpontos algoritmusok esetében. Bai, Ghami és Roos [1] elemezték a keresési irányok meghatározására vonatkozó magfüggvényes módszert belsőpontos algoritmusok esetében.

*3.1. Definíció.* (Bai, Ghami és Roos [1]) Egy $\psi : (0,\infty) \to [0,\infty)$ függvényt magfüggvénynek nevezünk, ha kétszer folytonosan differenciálható, és ha teljesülnek az alábbi feltételek:

1. $\psi(1) = \psi'(1) = 0$;
2. $\psi''(t) > 0$, minden $t > 0$;
3. $\lim_{t\downarrow 0} \psi(t) = \lim_{t\to\infty} \psi(t) = \infty$.

Ebben az esetben a keresési irányokat meghatározó skálázott rendszer a következő:

$$\begin{aligned} \bar{A}\mathbf{d}_x &= \mathbf{0}, \\ \bar{A}^T \Delta\mathbf{y} + \mathbf{d}_s &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{d}_x + \mathbf{d}_s &= -\nabla\Psi(\mathbf{v}), \end{aligned} \tag{11}$$

ahol $\Psi : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$, $\Psi(\mathbf{v}) = \sum_{i=1}^n \psi(v_i)$ a magfüggvényhez tartozó barrier függvény. A (9) és (11) rendszerekből látszik az algebrailag ekvivalens átalakítás technikája és a magfüggvényekre épülő módszerek közötti kapcsolat. Különböző $\varphi$ függvényekhez különböző magfüggvényeket lehet hozzárendelni a

$$\psi(t) = \int_1^t \frac{\varphi(\bar{\tau}^2) - \varphi(1)}{\bar{\tau}\varphi'(\bar{\tau}^2)} d\bar{\tau}, \tag{12}$$

összefüggés alapján. Fontos megemlíteni, hogy léteznek olyan $\varphi$ függvények (pl. $\varphi(t) = t - \sqrt{t}$), amelyekhez nem tartozik hagyományos magfüggvény. A következő fejezetben bemutatjuk az algoritmust.

## 4. Új keresési irányra épülő belsőpontos algoritmust lineáris optimalizálásra

Tekintsük a $\varphi : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ függvényt:

$$\varphi(t) = \frac{\sqrt{t}}{2(1+\sqrt{t})}. \tag{13}$$

Ezt a függvényt alkalmazzuk az (5) rendszerre. Ebben az esetben a $\mathbf{p_v}$ vektor az alábbi módon írható:

$$\mathbf{p_v} = \mathbf{e} - \mathbf{v}^2. \tag{14}$$

A (9) skálázott rendszer a következő alakra hozható:

$$\begin{aligned} \overline{A}\mathbf{d_x} &= \mathbf{0}, \\ \overline{A}^T \Delta\mathbf{y} + \mathbf{d_s} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{d_x} + \mathbf{d_s} &= \mathbf{e} - \mathbf{v}^2. \end{aligned} \tag{15}$$

A centrális úttól való távolság mérésére az alábbi centralitási mértéket használjuk:

$$\delta(\mathbf{x}, \mathbf{s}; \mu) = \|\mathbf{p_v}\| = \|\mathbf{e} - \mathbf{v}^2\|. \tag{16}$$

Fontos megjegyezni, hogy ezt a centralitási mértéket már korábban is használta a szakirodalom [9], de azokban az esetekben a primál-duál logaritmikus barrier módszert használták a keresési irányok megválasztására, és nem az algebrailag ekvivalens átalakítás módszerét.

Az algoritmust az 1. ábra szemlélteti.

---

**Primál-duál belsőpontos algoritmus lineáris optimalizálásra**

---

*Legyen $\epsilon > 0$ a pontossági paraméter, $0 < \theta < 1$ a redukciós paraméter és $\tau > 0$ a centralitási paraméter. Feltételezzük, hogy az $(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0, \mathbf{s}^0)$ hármasra teljesül a belső pont feltétel és $\mu^0 = \frac{(\mathbf{x}^0)^T \mathbf{s}^0}{n}$. Továbbá, feltételezzük, hogy $\delta(\mathbf{x}^0, \mathbf{s}^0; \mu^0) < \tau$.*

**begin**
  $\mathbf{x} := \mathbf{x}^0;\quad \mathbf{y} := \mathbf{y}^0;\quad \mathbf{s} := \mathbf{s}^0;\quad \mu := \mu^0;$
  **while** $\mathbf{x}^T\mathbf{s} > \epsilon$ **do begin**
    *Kiszámítjuk a $(\Delta\mathbf{x}, \Delta\mathbf{y}, \Delta\mathbf{s})$ irányokat a (9)-ből alkalmazva a (14)-t;*
    $\mathbf{x} := \mathbf{x} + \mathbf{\Delta x};$
    $\mathbf{y} := \mathbf{y} + \mathbf{\Delta y};$
    $\mathbf{s} := \mathbf{s} + \mathbf{\Delta s};$
    $\mu := (1-\theta)\mu;$
  **end**
**end.**

---

1. ábra. Új keresési irányra épülő belsőpontos algoritmus lineáris optimalizálásra

Az alábbi tételben igazoljuk, hogy az algoritmus $\mathcal{O}\left(\sqrt{n}\log\frac{n}{\varepsilon}\right)$ bonyolultságú.

4.1. Tétel. *(5.7. Tétel [8]) Feltételezzük, hogy $\mathbf{x}^0 = \mathbf{s}^0 = \mathbf{e}$. Ha $\theta = \frac{1}{5\sqrt{n}}$ és $\tau = \frac{2}{3}$, akkor az 1. ábrán megadott algoritmus legfeljebb*

$$\left\lceil 5\sqrt{n}\log\frac{n}{\varepsilon}\right\rceil$$

*iterációban állít elő optimális megoldást. A kapott vektorokra teljesül az $\mathbf{x}^T\mathbf{s} < \varepsilon$ összefüggés.*

## 5. Numerikus eredmények

A bevezetett belsőpontos algoritmust implementáltuk Matlab programozási nyelvben, hogy illusztráljuk az algoritmus működését. A kezdeti pontok meghatározására a Mehrotra heurisztikát használtuk [6]. A keresési irányokat a (6) rendszerből határoztuk meg a $\varphi(t) = \frac{\sqrt{t}}{2(1+\sqrt{t})}$ függvényt felhasználva. Minden iterációban ellenőriztük, hogy az adott pontoknak a centrális úttól való távolsága kisebb legyen a $\tau$ centralitási paraméternél, amelynek alapértelmezett értéke a mi esetünkben $\tau = \frac{1}{2}$ volt.

## 1. Feladat

Oldjuk meg az alábbi lineáris optimalizálási feladatot:

$$\begin{aligned} \min\ -3x_1 - 2x_2&,\\ x_1 + 2x_2 \le 20&,\\ 2x_1 + x_2 \le 15&,\\ x_1, x_2 \ge 0&. \end{aligned}$$

Előbb átírjuk a feladatot (1) alakra. Ekkor

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 20 \\ 15 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Ebben az esetben az elméleti megoldás $x_1 = \frac{10}{3}$, $x_2 = \frac{25}{3}$ és az optimum $-\frac{80}{3}$. Az implementált algoritmus az alábbi eredményt adta: $x_1 = 3.3333$, $x_2 = 8.3333$ és a célfüggvény értéke $-26.667$.

## 2. Feladat

Tekintsük az alábbi lineáris programozási feladatot:

$$\begin{aligned} \min\ \frac{3}{10}x_1 + \frac{3}{10}x_2 + \frac{2}{5}x_3 + \frac{2}{5}x_4&,\\ x_1 + x_2 \qquad\qquad \ge 200&,\\ x_3 + x_4 \ge 200&,\\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 800&,\\ \frac{1}{120}x_1 + \frac{1}{100}x_2 \qquad\qquad \le 8&,\\ \frac{1}{75}x_3 + \frac{1}{50}x_4 \le 8&,\\ x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0&. \end{aligned}$$

Ekkor

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{120} & \frac{1}{100} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{75} & \frac{1}{50} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 200 \\ 200 \\ 800 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \frac{3}{10} \\ \frac{3}{10} \\ \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

Az optimális megoldás $x_1 = 0$, $x_2 = 200$, $x_3 = 0$, $x_4 = 200$ és a célfüggvény értéke 140. Az implementált algoritmus az alábbi eredményeket szolgáltatta: $x_1 = 0.00094021$, $x_2 = 200.00$, $x_3 = 0.00023505$, $x_4 = 200.00$, a célfüggvény értéke pedig 140.00.

## 6. Összefoglalás

Egy új keresési irányra épülő belsőpontos algoritmust vezettünk be lineáris optimalizálási feladatok megoldására. Az algebrailag ekvivalens átalakítás technikájában egy speciális függvényt használtunk a keresési irányok megválasztására. A módszer polinomialitására vonatkozó tételt is bemutattuk. Numerikus eredményekkel szemléltettük az algoritmus működését. További kutatási tervek közé tartozik egy olyan hosszú lépéses belsőpontos algoritmus megadása, amely ezt az irányt használja a keresési irányok meghatározására.

## Köszönetnyilvánítás

Rigó Petra Renáta kutatása az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-19-3 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának szakmai támogatásával készült.

NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL

ÚNKP
Új Nemzeti
Kiválóság Program

Darvay Zsolt kutatását a Román Kutatási és Innovációs Minisztérium CNCS - UEFISCDI grant PN-III-P4-ID-PCE-2016-0190 számú projektje támogatta a PNCDI III keretében.

A szerzők köszönetüket fejezik ki Illés Tibornak, aki arra ösztönözte őket, hogy további kutatást végezzenek a keresési irányok körében.

## Hivatkozások

[1] Y.Q. Bai, M. El Ghami and C. Roos: *A comparative study of kernel functions for primal-dual interior-point algorithms in linear optimization*, SIAM J. Optim., Vol. **15** No. **1**, pp. 101-128 (2004). DOI: 10.1137/S1052623403423114

[2] Zs. Darvay: *New interior-point algorithms in linear programming*, Adv. Model. Optim., Vol. **5** No. **1**, pp. 51-92 (2003).

[3] Zs. Darvay, I.-M. Papp and P.-R. Takács: *Complexity analysis of a full-Newton step interior-point method for linear optimization*, Period. Math. Hung., Vol. **73** No. **1**, pp. 27-42, (2016). DOI: 10.1007/s10998-016-0119-2

[4] N.K. Karmarkar: *A new polynomial-time algorithm for linear programming*, Combinatorica, Vol. **4** No. **4**, pp. 373-395, (1984). DOI: 10.1007/BF02579150

[5] B. Kheirfam and M. Haghighi: *A full-Newton step feasible interior-point algorithm for $P_\star(\kappa)$-LCP based on a new search direction*, Croat. Oper. Res. Rev., Vol. **7**, pp. 277-290, (2016). DOI: 10.17535/crorr.2016.0019

[6] S. Mehrotra: *On the implementation of a primal-dual interior point method*, SIAM J. Optim., Vol. **2** No. **4**, pp. 575-601, (1992) DOI: 10.1137/0802028

[7] J. Peng, C. Roos and T. Terlaky: *Self-Regular Functions: a New Paradigm for Primal-Dual Interior-Point Methods*, Princeton University Press (2002).

[8] P.R. Rigó and E. Szénási: *Interior-point algorithm for linear optimization based on a new search direction*, Technical Report Operations Research Report 2019-01, Eötvös Loránd University of Sciences, Budapest (2019). URL: http://web.cs.elte.hu/opres/orr/

[9] C. Roos, T. Terlaky and J.-Ph. Vial: *Theory and Algorithms for Linear Optimization*, Springer, New York, USA (2005).

[10] Gy. Sonnevend: *An analytic center for polyhedrons and new classes of global algorithms for linear (smooth, convex) programming*, In A. Prékopa and J. Szelezsán and B. Strazicky editor, System Modelling and Optimization: Proceedings of the 12th IFIP-Conference held in Budapest Hungary, September 1985 Lecture Notes in Control and Information Sciences, 84, Springer Verlag, Berlin, West-Germany. pp. 866-876 (1986).

[11] T. Terlaky: *An easy way to teach interior-point methods*, Eur. J. Oper. Res., Vol. **130** No. **1** pp. 1-19, (2001). DOI: 10.1016/S0377-2217(00)00094-1

[12] S.J. Wright: *Primal-Dual Interior-Point Methods*, SIAM, Philadelphia, USA (1997).

[13] Y. Ye: *Interior Point Algorithms, Theory and Analysis*, John Wiley & Sons, Chichester, UK (1997).

[14] Y. Ye, M. J. Todd and S. Mizuno: *An $O(\sqrt{n}L)$-iteration homogeneous and self-dual linear programming algorithm*, Math. Oper. Res., Vol. **19** No. **1**, pp. 53-67, (1994). DOI: 10.1287/moor.19.1.53

Darvay Zsolt egyetemi docens a kolozsvári Babeş-Bolyai Tudományegyetem Matematika és Informatika Karán. 1992-1995 között a mai kolozsvári Báthory István Elméleti Líceumban tanított informatikát és matematikát, 1991-1992-ben ösztöndíjasként a Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézetében (SZTAKI) dolgozott. Doktori disszertációjában egy új módszert vezetett be a belsőpontos algoritmusok keresési irányainak meghatározására. 2018-ban a Babeş-Bolyai Tudományegyetem a tudományos kutatás kiválósági díjával tüntette ki. Kutatási területei: a lineáris és nemlineáris optimalizálás belsőpontos algoritmusai és azok implementációja, programozási nyelvek, objektumelvű programozás.

DARVAY ZSOLT
Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
darvay@cs.ubbcluj.ro

Rigó Petra Renáta 1992-ben született Kolozsváron. BSc és MSc tanulmányait a kolozsvári Babeş-Bolyai Tudományegyetem Matematika és Informatika Karán végezte. 2016-ban felvételt nyert a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Matematika és Számítástudományok Doktori Iskolájába, jelenleg negyedéves PhD hallgató. 2018-ban elnyerte a Kőnig Gyula Ifjúsági Kutatási Díjat. A PhD témakörében eddig 19 publikációja jelent meg és összesen több mint 25 hazai és nemzetközi konferencián tartott előadást. Kutatási témája az operációkutatás területéhez tartozik. Elsősorban a lineáris programozásra és szimmetrikus optimalizálásra vonatkozó belsőpontos algoritmusok elméletével foglalkozik.

RIGÓ PETRA RENÁTA
Budapesti Corvinus Egyetem
Corvinus Operációkutatási Kutatóközpont
1093 Budapest, Fővám tér 8., E épület
petra.rigo@uni-corvinus.hu

Szénási Eszter 1995-ben született Zentán. BSc tanulmányait a Szegedi Tudományegyetem Természettudományi Karának matematika szakán végezte, ezt követően a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Alkalmazott matematika MSc operációkutatás szakirányán tanult tovább, és 2019-ben megszerezte a diplomáját. Diplomamunkájának témája a centrális út algebrailag ekvivalens transzformációjának hatása belsőpontos algoritmusokra, amely során a cikkben bevezetett algoritmus bonyolultságára vonatkozó elemzést vezette le. Már az egyetemi tanulmányainak utolsó évében részmunkaidőben elkezdett dolgozni a SAS Institute Kft-nél analitikai konzulensként, és ezt azóta teljes állásban folytatta. Munkája során rendszerkialakítással, vizualizációval, előrejelzéssel és optimalizációval foglalkozik.

SZÉNÁSI ESZTER
SAS Institute Kft., Budapest
eszter.szenasi@sas.com

# INTERIOR-POINT ALGORITHM FOR LINEAR OPTIMIZATION BASED ON A NEW SEARCH DIRECTION

Zsolt Darvay, Petra Renáta Rigó, Eszter Szénási

We propose a new full-Newton step interior-point algorithm for linear optimization. We use the algebraic equivalent transformation technique [2] in order to determine the new search directions. We show that the method has polynomial complexity. Up to our best knowledge this is the first interior-point algorithm solving linear optimization problems, which uses this special search direction.

*Keywords*: linear optimization, interior-point algorithm, new search direction.

*Mathematics Subject Classification* (2000): 90C05, 90C51