

## KÉTELEMŰ CIKLUSOK EGYUTAS GYÁRTÓRÉSZLEGBEN

KOVÁCS GERGELY, SAM MOSALLAEIPOUR, MAZYAR GHADIRI NEJAD,  
VIZVÁRI BÉLA

Ebben a tanulmányban egy egyutas automatizált gyártórészleggel (FAMC) foglalkozunk, ahol minden munkadarabot minden gépen meg kell munkálni, minden munkadarab esetében a gépek sorrendje azonos (flow shop), és a gyártórészlegen belül a munkadarabok automatizált mozgását egy ipari robot végzi. Gyártórendszerünkben minden gép külön bemeneti és kimeneti tárolóval rendelkezik, így növelve a gépek kihasználtságát. A rendszer kulcsa a gépek kiszolgálásához szükséges robottevékenység: a munkadarabok szállítása, a gépek be- és kirakodása. A robotmozgás optimalizálása ún. mozgatási sorrend mátrixok segítségével történik. Két munkadarab elkészítésének minden lehetséges sorrendjéhez kiszámítjuk a ciklusidő általános képletét és ezek alsó korlátját, illetve meghatározzuk az alsó korlát elérésének feltételét.

### 1. Bevezetés, irodalmi áttekintés

Az *open shop* ütemezési feladatnál minden munkadarabot minden géppel meg kell munkálni, de a gépek megmunkálások szerinti sorrendje tetszőleges. A *flow shop* (azaz egyutas) feladatnál azonban minden munkadarab esetében azonos a megmunkálásokat végző gépek sorrendje. Ha egy egyutas gyártórészlegben a munkadarabok gépek közötti mozgását valamilyen automatizált rendszer végzi (pl. szállítószalag, robot stb.), akkor ezt *egyutas automatizált gyártórészlegnek* (angolul flow shop automated manufacturing cell – FAMC) nevezik.

Automatizált gyártórészlegünkben CNC-gépek munkálnak meg munkadarabokat, ahol a munkadarabok gépek (illetve tárolóik) közötti mozgását egy robot végzi, ahogy [6]-ban is. Hasonló gyártórészlegeket széles körben használnak a külféle gyártási folyamatokban, például a vegyiparban vagy a fémmegmunkálás során, ahol egyszerre több hasonló terméket állítanak elő [4], [8].

A klasszikus ütemezési problémákban csak a munkadarabok megmunkálási ideje számít, a munkadarabok gépek közötti mozgatása, gépekre helyezése és gépekről levétele nem [12]. Azonban egy *automatizált gyártórendszer* (automated manufacturing system – AMS) problémában tekintettel kell lenni a munkadarabok szállítási idejére, a be- és kipakolási időre, sőt az üres robotmozgás sem elhanyagolható [9].

Ha a gépekhez tárolókat csatlakoztatunk, akkor ezzel egy géphez addig is vihető munkadarab, amíg a gép egy másik munkadarabbal foglalkozik. Ezzel növelhető a rendszer rugalmassága, egy adott lépésben növelhető a lehetőségek száma [5], [7]. Ugyan az AMS rendszereknek széles irodalma van, kevés tanulmány foglalkozik egyedi tárolókkal rendelkező gépekkel [15].

Dawande et al. [1] tanulmányukban több robotra vonatkozó egységes ciklust vizsgáltak, és adtak alsó korlátot a ciklus idejére. Drobouchevitch et al. [2]-ben olyan AMS-t vizsgáltak, ahol a gépek egyedi, egységnyi kapacitású kimeneti tárolókkal rendelkeznek, a robot pedig kettős karral. Zeballos [16]-ban olyan matematikai modellt dolgozott ki egy AMS ütemezésére, melyben figyelembe vette a gépek karbantartását is. [13]-ban Rajapakshe et al. a termelékenység és a gépek elrendezésének kapcsolatát vizsgálták.

Ha egy automatizált gyártórendszerben a munkadarabok mozgását robot végzi, akkor annak neve *robottal kiszolgált gyártórendszer* (robotic manufacturing system – RMS). Ezen a területen Jolai et al. [3]-ban adtak azonos munkadarabok tömeggyártására vonatkozó ciklikus robotmozgási eljárást. Zhou és Li a [17]-ben felírt nemlineáris modellel az átlagos ciklusidőre kapott alsó korlátot. [10]-ben Nejad et. al matematikai modelljüket egy jól ismert metaheurisztikus módszerrel, a szimulált hűtéssel (simulated annealing) oldották meg. Lineáris elrendezésű gyártórészleg esetére utazó ügynök alapú modellt fejlesztettek ki [11]-ben a ciklusidő minimalizálására. Egy másik tanulmányukban egy többcélú feladatot tárgyaltak: a ciklusidő és a teljes termelési költség egyidejű minimalizálását [9].

Ebben a cikkben robottal kiszolgált és tárolókkal rendelkező, két- és háromgépes egyutas gyártórészleg ciklusidejének optimalitási feltételét vizsgáljuk ciklusonként két munkadarab esetén. Minden munkadarabot minden gépnek meg kell munkálnia, előre adott sorrendben. A ciklusidőt az határozza meg, hogy a robot a gépek közötti mozgásokat milyen sorrendben végzi. Ezt a sorrendet egy úgynevezett *mozgási sorrend mátrix* (angolul sequential part production matrix – SPPM) segítségével határozzuk meg. Az egyes, mátrixokkal leírt sorrendek ciklusidejének alsó határát is megadjuk.

A cikk felépítése az alábbi. A következő részben a probléma definiálását, a feltételeket és jelöléseket ismertetjük. A 3. és 4. szakasz a két- és háromgépes RMS mozgási sorrend mátrixait és ezek ciklusidő számításait tartalmazza. A tanulmányt összefoglaló zárja.

## 2. Feltételek és jelölések

A robottal kiszolgált, egyutas gyártórendszerünk feltételei az alábbiak. A rendszer automatikus üzemmódban egyetlen fajta terméket gyárt, ezért a megmunkálási idők függetlenek a munkadarabtól. A munkadarabokat egymás után több géppel kell megmunkálni, a gépek sorrendje kötött. Minden gép bemeneti és kimeneti tárolóval rendelkezik, ezek kapacitása 1. Ezen felül egy-egy nagyobb bejövő

és kimenő raktár is van a gyártórészleg elején és végén. A munkadarabokat egy robot szállítja a bejövő raktárból a gépekre, a gépek között, és a gépekről a kimenő raktárba. A munkadarabok előbb a gépek tárolóiba kerülnek, onnan kerülnek a gépre. A tárolóban lévő munkadarab egyből rákerül az üres gépre, ennek ideje 0. Minden ciklusban két munkadarab készül el. Minden ciklus azzal a lépéssel kezdődik, amikor az első munkadarab a bejövő raktárból az első gépre kerül.

A két-, vagy háromgépes feladat matematikai leírásában az alábbi jelöléseket használjuk:

$P_i$  a munkadarabok jele,  $i = 1, 2$ .

$M_j$  a gépek jele,  $j = 1, 2$ , vagy  $j = 1, 2, 3$ .

$\delta$  a robot mozgásának ideje két szomszédos gép között, a bejövő raktár és az első gép, illetve az utolsó gép és a kimenő raktár között.

$\varepsilon$  idő alatt tesz át/vesz ki a robot a tárolóba/-ból egy munkadarabot.

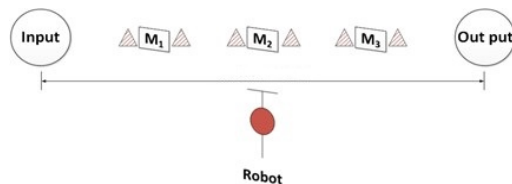
$p_j$  a  $j$ -edik gép megmunkálási ideje,  $j = 1, 2$ , vagy  $j = 1, 2, 3$ .

$T_s$  az  $s$  mozgatási sorrendhez tartozó ciklusidő,  $s = 1, 2, \dots$

$w_k$  a robot várakozási ideje a  $k$ -edik megmunkálásnál,  $k = 1, 2, \dots, 4$ , vagy  $k = 1, 2, \dots, 6$ .

Természetesen a berakodáskor a robotnak nem kell várakoznia. Várakozás akkor fordulhat elő, ha a robotnak egy gépnél meg kell várnia, hogy a gép végezzen az aktuális megmunkálással, és átadja a munkadarabot szállításra. (Mivel elvileg minden munkadarab minden gépnél várakozhat, ezért fut 4-ig, illetve 6-ig a  $k$  index. Ebből az első 2–3 érték az első munkadarabhoz, az utolsó 2–3 érték a második munkadarabhoz tartozik.) A várakozási idő akkor pozitív, ha a robot a berakodás után gyorsabban visszatér ugyanahhoz a géphez, mint az adott gép megmunkálási ideje.

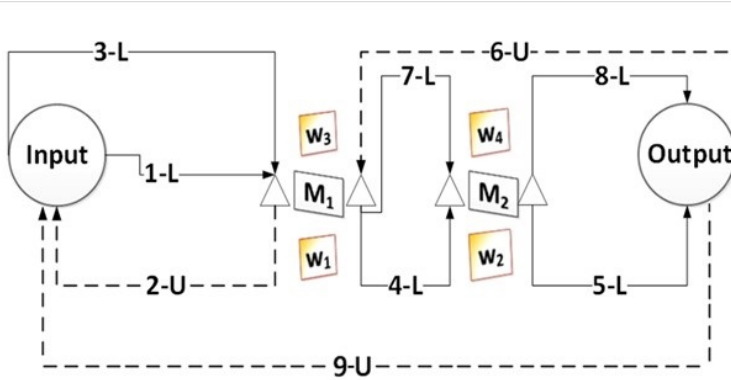
Az 1. ábra a vizsgált rendszer szerkezetét mutatja három gép esetén.



1. ábra. A robottal kiszolgált gyártórészleg szerkezete három gép esetén.  
A háromszögek a gépek tárolóit szimbolizálják.

### 3. Robottal kiszolgált, kétgépes, egyutas gyártórészleg

Két munkadarabos ciklusban a robotnak hat anyagmozgatást kell végeznie: mindkét munkadarabot el kell vinnie mindkét géphez, majd a kimenő raktárhoz (output). Ezek sorrendjét tartalmazza a mozgatósi sorrend mátrix. A mátrix két sora az egyes munkadarabokhoz ( $P_1$  és  $P_2$ ) tartozik, első két oszlopa az  $M_1$  és  $M_2$  gépekhez, harmadik oszlopa a kimenő raktárhoz (output) köthető. A mátrixban szereplő számok pedig azt jelentik, hogy melyik mozgatósi lépés a sorrendben.



2. ábra. A kétgépes feladat 4. mozgatósi sorrendjének sematikus rajza.

A mozgatósi lépések egy lehetséges sorrendje látható a 2. ábrán. Az  $L$ -vel jelölt lépések során a robot munkadarabot mozgat, az  $U$ -val jelölt lépések során üresen mozog.

A ciklus első lépésében az első,  $P_1$  munkadarab a bejövő raktárból az első,  $M_1$  gépre kerül, tehát a mátrix első eleme lesz az 1-es:  $\begin{bmatrix} 1 & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$ . A második lépésben két dolog történhet: a robot vár  $M_1$ -nél, amíg az be nem fejezi a munkát, és utána  $M_2$ -höz viszi; vagy ehelyett visszamegy a bejövő raktárhoz, ahonnan  $P_2$ -t  $M_1$ -hez viszi. A 2. ábrán ez utóbbi látható, így a mátrixban a 2-es szám a második sor első oszlopába kerül:  $\begin{bmatrix} 1 & - & - \\ 2 & - & - \end{bmatrix}$ . Így a harmadik lépésben nincs választási lehetőség, a robotnak  $P_1$ -et kell elvinnie  $M_1$ -től  $M_2$ -höz. Ezután azt választjuk, hogy a robot  $M_2$ -nél várakozik, majd a kész  $P_1$  munkadarabot a kimenő raktárba viszi:  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & - & - \end{bmatrix}$ . Ahhoz, hogy a két munkadarabos ciklus befejeződhessen, az ötödik lépésben  $P_2$  átkerül  $M_1$ -ről  $M_2$ -re. Ezután a robot megvárja, míg  $M_2$  végeztével a munkával, majd az utolsó lépésben elviszi  $P_2$ -t a kimenő raktárba:  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ .

A két munkadarabos, kétgépes feladatnak öt lehetséges mozgatósi sorrendje van. Minden mátrix bal felső sarkában 1-es, jobb alsó sarkában 6-os szerepel. A maradék négy számnak pedig úgy kell elhelyezkednie, hogy a számok a mátrix minden sorában és oszlopában növekvő sorrendben legyenek, hiszen sem a gépekkel, sem a munkadarabokkal egymást előzni nem lehet. (Ez az 1-es és a 6-os miatt a két szélső oszlopban biztosan teljesül.) A lehetséges sorrendek mátrixai a következő táblázatban láthatók:

a sorrend sorszám	1.	2.	3.	4.	5.
sorrendi mátrix	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

1. táblázat. A lehetséges mozgatósi sorrend mátrixok két munkadarabra kétgépes gyártórészleg esetén.

A sorrendek többségében a munkadarabok párhuzamosan készülnek. Viszont az első sorrendben  $P_2$  gyártása csak  $P_1$  teljes elkészülte után kezdődik el. Ebben az esetben a gépek tárolóinak nincs szerepe, így a feladat a tároló nélküli kétgépes RMS probléma, amit Sethi et al. [14]-ben tárgyalnak.

A továbbiakban mind az öt sorrend esetén kiszámítjuk a két munkadarabos ciklus hosszát. Célunk ezzel az optimális sorrend megtalálása.

3.1. TÉTEL. *A különböző robotmozgási sorrendekhez tartozó ciklusidők az alábbiak:*

$$\begin{aligned} T_1 &= 12\delta + 12\varepsilon + 2(p_1 + p_2), \\ T_2 &= 10\delta + 10\varepsilon + p_1 + p_2 + \max\{4\delta + 2\varepsilon, p_1, p_2\}, \\ T_3 &= 6\delta + 6\varepsilon + p_1 + \max\{6\delta + 6\varepsilon + p_1, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2, 2p_2\}, \\ T_4 &= 6\delta + 6\varepsilon + p_2 + \max\{6\delta + 6\varepsilon + p_2, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2, 2p_1\}, \\ T_5 &= 6\delta + 6\varepsilon + \max\{6\delta + 6\varepsilon, 2\delta + 2\varepsilon + 2p_1, 2\delta + 2\varepsilon + 2p_2, 2p_1 + p_2, p_1 + 2p_2\}. \end{aligned}$$

*Bizonyítás.* Az egyes esetekre vonatkozó ciklusidő számítások nagyon hasonlóak, ezért terjedelmi okok miatt most csak a 2. ábrán is látható, negyedik sorrend ciklusidejét,  $T_4$ -et számítjuk ki, ez alapján a többi képlet is könnyen meghatározható. A számítások könnyebb érthetősége érdekében minden egyes lépés hossza a lépés leírása végén szerepel. A ciklusidőt úgy kapjuk meg, hogy ezeket az időket egyszerűen összeadjuk. A negyedik sorrendhez tartozó robotmozgások a következők:

1. A robot felveszi a  $P_1$  munkadarabot a bejövő raktárban, elviszi az  $M_1$  géphez, és ott leteszi:  $\varepsilon + \delta + \varepsilon$ .
2. A robot üresen visszatér  $M_1$ -től a bejövő raktárhoz:  $\delta$ .
3. Felveszi  $P_2$ -t, elviszi  $M_1$ -hez, és ott leteszi:  $\varepsilon + \delta + \varepsilon$ .

4. A robot megvárja, amíg  $M_1$  elkészül a  $P_1$  munkadarabbal (ha kell):  $w_1$ .
5. Felveszi  $P_1$ -et, elviszi  $M_2$ -höz, és ott leteszi:  $\varepsilon + \delta + \varepsilon$ .
6.  $M_2$ -nél megvárja, amíg az végez  $P_1$ -gyel:  $w_2 = p_2$ .
7. Felveszi  $P_1$ -et, elviszi a kimenő raktárhoz, és ott leteszi:  $\varepsilon + \delta + \varepsilon$ .
8. A robot üresen visszatér  $M_1$ -hez:  $2\delta$ .
9.  $M_1$ -nél megvárja, amíg az végez  $P_2$ -vel (ha kell):  $w_3$ .
10. Felveszi  $P_2$ -t, elviszi  $M_2$ -höz, és ott leteszi:  $\varepsilon + \delta + \varepsilon$ .
11. A robot megvárja, amíg  $M_2$  elkészül  $P_2$ -vel:  $w_4 = p_2$ .
12. Felveszi  $P_2$ -t, elviszi a kimenő raktárhoz, és ott leteszi:  $\varepsilon + \delta + \varepsilon$ .
13. A robot visszatér a bejövő raktárhoz:  $3\delta$ .

Így a negyedik sorrend ciklusideje:  $T_4 = 12\delta + 12\varepsilon + \sum_{k=1}^4 w_k$ . A ciklusidő a  $w_k$  értékeken múlik.  $w_2 = p_2$  és  $w_4 = p_2$ , de  $w_1$  és  $w_3$  értéke lehet többféle is, ami a  $p_1$ ,  $p_2$  és  $2\delta + 2\varepsilon$  értékek egymáshoz való viszonyán múlik:  $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\varepsilon)\}$  és  $w_3 = \max\{0, p_1 - (4\delta + 4\varepsilon + p_2)\}$ .

1. Ha  $p_1 \leq 2\delta + 2\varepsilon$ , akkor  $w_1 = w_3 = 0$ , így  $T_4 = 12\delta + 12\varepsilon + 2p_2$ .
2. Ha  $2\delta + 2\varepsilon < p_1 \leq 4\delta + 4\varepsilon + p_2$ , akkor  $w_1 = p_1 - 2\delta - 2\varepsilon$  és  $w_3 = 0$ , így  $T_4 = 10\delta + 10\varepsilon + p_1 + p_2$ .
3. Végül, ha  $4\delta + 4\varepsilon + p_2 < p_1$ , akkor  $w_1 = p_1 - 2\delta - 2\varepsilon$  és  $w_3 = p_1 - 4\delta - 4\varepsilon - p_2$ , így  $T_4 = 6\delta + 6\varepsilon + 2p_1 + p_2$ .

A fenti várakozás értékek alapján megfigyelhető, hogy  $w_1 + w_3 + 6\delta + 6\varepsilon + p_2 = \max\{6\delta + 6\varepsilon + p_2, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2, 2p_1\}$ , ami alapján  $T_4 = 6\delta + 6\varepsilon + p_2 + \max\{6\delta + 6\varepsilon + p_2, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2, 2p_1\}$ .  $\square$

Ahogy a következő tételben látható, a lehetséges sorrendek között van dominancia.

**3.2. TÉTEL.** Minden  $p_1$  és  $p_2$  érték esetén  $T_1 > T_5$  és  $T_2 > T_5$ .

*Bizonyítás.* A  $T_5$  lehetséges értékei a következők:  $12\delta + 12\varepsilon$ ,  $8\delta + 8\varepsilon + 2p_1$ ,  $8\delta + 8\varepsilon + 2p_1$ ,  $6\delta + 6\varepsilon + 2p_1 + p_2$ ,  $6\delta + 6\varepsilon + p_1 + 2p_2$ . Ezek mindegyikénél (tehát a maximumánál is) nagyobb a  $T_1 = 12\delta + 12\varepsilon + 2p_1 + 2p_2$ .

A  $T_2$  lehetséges értékei a következők:  $14\delta + 12\varepsilon + p_1 + p_2$  és  $10\delta + 10\varepsilon + 2p_1 + 2p_2$ . A  $T_2$  első értéke nagyobb, mint  $T_5$  lehetséges első értéke, illetve  $T_2$  második értéke nagyobb, mint  $T_5$  utolsó 4 értéke. Vagyis  $T_2$  értékeinek maximuma nagyobb, mint  $T_5$  összes értéke, azaz  $T_2 > T_5$ .  $\square$

3.1. *Megjegyzés.* Hasonló dominancia  $T_3$ ,  $T_4$  és  $T_5$  értékei között nem figyelhető meg.

3.1. KÖVETKEZMÉNY. *Egy konkrét feladat optimális megoldása tehát úgy kapható meg, hogy ki kell számolni a  $T_3$ ,  $T_4$  és  $T_5$  értékeket, majd ezek közül ki kell választani a legkisebbet.*

Egy adott mozgatási sorrendhez tartozó ciklusidő alsó korlátját úgy értelmezzük, hogy ebben az esetben egy munkadarab megmunkálási ideje kevesebb, mint az az idő, ami a robotnak az adott géphez való visszatéréshez szükséges. Ebben az esetben a várakozási idő 0, a robot felhasználása ekkor a leghatékonyabb.

3.3. TÉTEL. *A nem dominált sorrendek alsó korlátai (jelölésben  $T_{iL}$ ) a következők:  $T_{3L} = 12\delta + 12\varepsilon + 2p_1$ ,  $T_{4L} = 12\delta + 12\varepsilon + 2p_2$ , és  $T_{5L} = 12\delta + 12\varepsilon$ .*

*Bizonyítás.* A 3.1. tételhez hasonlóan most is csak a negyedik sorrend esetét bizonyítjuk, a többi bizonyítása hasonló. Korábban láttuk, hogy a ciklusidő  $12\delta + 12\varepsilon + \sum_{k=1}^4 w_k$ , ahol  $w_2 = p_2$ , és  $w_4 = p_2$  fix értékek. A ciklusidő akkor a legkisebb, ha a maradék  $w_1 = \max\{0, p_1 - (2\delta + 2\varepsilon)\}$  és  $w_3 = \max\{0, p_1 - (4\delta + 4\varepsilon + p_2)\}$  várakozások a lehető legkisebbek, azaz értékük 0. Ennek szükséges feltétele:  $p_1 \leq 2\delta + 2\varepsilon$ .  $\square$

3.2. KÖVETKEZMÉNY. *A teljes feladat alsó korlátja  $T_L = \min\{T_{3L}, T_{4L}, T_{5L}\} = T_{5L} = 12\delta + 12\varepsilon$ .*

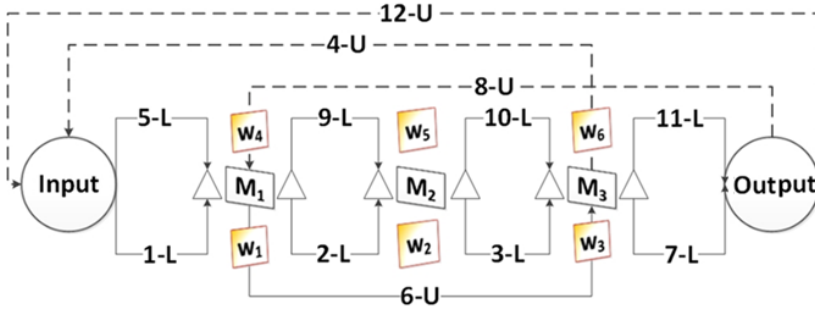
#### 4. Robottal kiszolgált, háromgépes, egyutas gyártórészleg

Három gép esetén a két munkadarabos ciklushoz 14 különböző sorrend van, ezek a 2. táblázatban láthatók. Minden mátrix bal felső sarkában az 1-es, jobb alsó sarkában a 8-as szerepel, és továbbra is igaz, hogy a számoknak soronként és oszloponként növekvőnek kell lenniük.

a sorrend sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.
sorrendi mátrix	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$
a sorrend sorszáma	6.	7.	8.	9.	10.
sorrendi mátrix	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \\ 3 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$
a sorrend sorszáma	11.	12.	13.	14.	
sorrendi mátrix	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 7 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$	

2. táblázat. A lehetséges mozgatási sorrend mátrixok két munkadarabra háromgépes gyártórészleg esetén.

A 3. ábrán a háromgépes feladat 2. sorrendjének robotmozgásai láthatók.



3. ábra. A háromgépes feladat 2. mozgási sorrendjének sematikus rajza.

4.1. TÉTEL. A különböző robotmozgási sorrendekhez tartozó ciklusidők az alábbiak:

$$T_1 = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_1 + 2p_2 + 2p_3,$$

$$T_2 = 14\delta + 14\varepsilon + p_1 + 2p_2 + p_3 + \max\{6\delta + 2\varepsilon, p_1, p_3\},$$

$$T_3 = 12\delta + 12\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3 + \max\{6\delta + 4\varepsilon + p_1, p_3, 2\delta + 2\varepsilon + p_1 + p_2\},$$

$$T_4 = 8\delta + 8\varepsilon + p_1 + p_2 + \max\{8\delta + 8\varepsilon + p_1 + p_2, 6\delta + 6\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3, 2p_3\},$$

$$T_5 = 12\delta + 12\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3 + \max\{6\delta + 4\varepsilon + p_3, 2\delta + 2\varepsilon + p_2 + p_3, p_1\},$$

$$T_6 = 12\delta + 12\varepsilon + p_1 + p_3 + \max\{8\delta + 4\varepsilon, 4\delta + 2\varepsilon + p_1, 4\delta + 2\varepsilon + p_3, p_2 + p_3, 2p_2, p_1 + p_2\},$$

$$T_7 = 8\delta + 8\varepsilon + p_1 + \max\{10\delta + 8\varepsilon + p_2, 8\delta + 6\varepsilon + p_2 + p_3, 6\delta + 6\varepsilon + 2p_2, 6\delta + 6\varepsilon + p_1 + p_2, 4\delta + 4\varepsilon + 2p_2 + p_3, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3, 4\delta + 2\varepsilon + 2p_3, p_2 + 2p_3\},$$

$$T_8 = 8\delta + 8\varepsilon + p_1 + p_3 + \max\{8\delta + 8\varepsilon + p_1 + p_3, 4\delta + 4\varepsilon + p_2 + p_3, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2, 2p_2\},$$

$$T_9 = 8\delta + 8\varepsilon + p_1 + \max\{8\delta + 8\varepsilon + p_1, 6\delta + 6\varepsilon + p_1 + p_2, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + 2p_3, 2\delta + 2\varepsilon + 2p_2, 2p_2 + p_3, p_2 + 2p_3\},$$

$$T_{10} = 8\delta + 8\varepsilon + p_2 + p_3 + \max\{8\delta + 8\varepsilon + p_2 + p_3, 6\delta + 6\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3, 2p_1\},$$

$$T_{11} = 8\delta + 8\varepsilon + p_3 + \max\{10\delta + 8\varepsilon + p_2, 8\delta + 6\varepsilon + p_1 + p_2, 6\delta + 6\varepsilon + p_2 + p_3, 6\delta + 6\varepsilon + 2p_2, 4\delta + 6\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + 2p_2, 4\delta + 2\varepsilon + 2p_1, 2p_1 + p_2\},$$

$$T_{12} = 8\delta + 8\varepsilon + p_2 + \max\{8\delta + 8\varepsilon + p_2, 6\delta + 6\varepsilon + p_1 + p_2, 6\delta + 6\varepsilon + p_2 + p_3, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3, 2\delta + 2\varepsilon + 2p_1, 2\delta + 2\varepsilon + 2p_3, 2p_1 + p_3, p_1 + 2p_3\},$$



$$\begin{aligned}
T_{13} &= 8\delta + 8\varepsilon + p_3 + \max\{8\delta + 8\varepsilon + p_3, 6\delta + 6\varepsilon + p_2 + p_3, 4\delta + 4\varepsilon + p_1 + p_2 + p_3, \\
&\quad 2\delta + 2\varepsilon + 2p_2, 2p_1 + p_2, p_1 + 2p_2\}, \\
T_{14} &= 8\delta + 8\varepsilon + \max\{8\delta + 8\varepsilon, 4\delta + 4\varepsilon + 2p_1, 4\delta + 4\varepsilon + 2p_2, 4\delta + 4\varepsilon + 2p_3, \\
&\quad 2\delta + 2\varepsilon + 2p_1 + p_2, 2\delta + 2\varepsilon + 2p_2 + p_3, 2\delta + 2\varepsilon + p_1 + 2p_2 + p_3, 2\delta + 2\varepsilon + p_2 + 2p_3, \\
&\quad 2p_1 + p_2 + p_3, 2p_1 + 2p_3, p_1 + 2p_2 + p_3, p_1 + p_2 + 2p_3\}.
\end{aligned}$$

*Bizonyítás.* A különböző sorrendekhez tartozó bizonyítások hasonlóak, ezért itt csak a 2. sorrend bizonyítását közöljük.  $T_2 = (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + w_1 + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + w_2 + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + 3\delta + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + 2\delta + w_3 + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + 3\delta + w_4 + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + w_5 + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + w_6 + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + 4\delta = 20\delta + 16\varepsilon + \sum_{k=1}^6 w_k$ , ahol  $w_1 = p_1$ ,  $w_2 = p_2$ ,  $w_5 = p_2$ , és  $w_6 = p_3$  fix értékek.  $w_3 = \max\{0, p_3 - (6\delta + 2\varepsilon)\}$ , mivel míg a robot visszatér  $M_3$ -hoz,  $3\delta + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + 2\delta = 6\delta + 2\varepsilon$  idő telik el. Hasonlóan,  $w_4 = \max\{0, p_1 - (6\delta + 2\varepsilon + w_3)\}$ , mivel míg a robot  $P_2$  megmunkálása alatt visszatér  $M_1$ -hez,  $2\delta + w_3 + (\varepsilon + \delta + \varepsilon) + 3\delta = 6\delta + 2\varepsilon + w_3$  idő telik el. Ezek alapján  $w_3 + w_4 + 6\delta + 2\varepsilon = \max\{6\delta + 2\varepsilon, p_1, p_3\}$ , amiből  $T_2 = 14\delta + 14\varepsilon + p_1 + 2p_2 + p_3 + \max\{6\delta + 2\varepsilon, p_1, p_3\}$ .  $\square$

Egy konkrét feladat optimális megoldása ismét úgy kapható meg, hogy ki kell számolni az összes  $T_i$  értékeket, majd ezek közül kell kiválasztani a legkisebbet.

A kétgépes esethez hasonlóan a háromgépes esetben is meghatározhatók az egyes sorrendek legkisebb ciklusidői, ahol a robot várakozási ideje 0.

4.2. TÉTEL. *A ciklusidők alsó korlátai a következők:*  $T_{1L} = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_1 + 2p_2 + 2p_3$ ,  $T_{2L} = 20\delta + 16\varepsilon + p_1 + 2p_2 + p_3$ ,  $T_{3L} = 18\delta + 16\varepsilon + 2p_1 + p_2 + p_3$ ,  $T_{4L} = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_1 + 2p_2$ ,  $T_{5L} = 18\delta + 16\varepsilon + p_1 + p_2 + 2p_3$ ,  $T_{6L} = 20\delta + 16\varepsilon + p_1 + p_3$ ,  $T_{7L} = 18\delta + 16\varepsilon + p_1 + p_2$ ,  $T_{8L} = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_2 + 2p_3$ ,  $T_{9L} = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_1$ ,  $T_{10L} = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_2 + 2p_3$ ,  $T_{11L} = 18\delta + 16\varepsilon + p_2 + p_3$ ,  $T_{12L} = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_2$ ,  $T_{13L} = 16\delta + 16\varepsilon + 2p_3$ ,  $T_{14L} = 16\delta + 16\varepsilon$ .

*Bizonyítás.* Ismét csak a 2. sorrend esetét bizonyítjuk, a többi hasonló elvet követ. Láttuk, hogy a ciklusidő ekkor  $T_2 = 20\delta + 16\varepsilon + \sum_{k=1}^6 w_k$ , ahol  $w_1 = p_1$ ,  $w_2 = p_2$ ,  $w_5 = p_2$ , és  $w_6 = p_3$ , melyek fix értékek. A ciklusidő akkor a legkisebb, ha a további  $w_3 = \max\{0, p_3 - (6\delta + 2\varepsilon)\}$ , illetve  $w_4 = \max\{0, p_1 - (6\delta + 2\varepsilon + w_3)\}$  várakozások a lehető legkisebbek, azaz értékük 0. Ezek szükséges feltételei:  $p_3 \leq 6\delta + 2\varepsilon$  és  $p_1 \leq 6\delta + 2\varepsilon$ , ekkor  $T_{2L} = 20\delta + 16\varepsilon + p_1 + 2p_2 + p_3$ .  $\square$

4.1. KÖVETKEZMÉNY. *A teljes feladat alsó korlátja*  $T_L = \min\{T_{iL}\} = T_{14L} = 16\delta + 16\varepsilon$ .

## 5. Összefoglalás

A cikkben egy egyutas automatizált gyártórendszert vizsgálunk, amely hasonló munkadarabokat munkál meg két és három gép segítségével. A gépek egymás mellett, vonalszerűen helyezkednek el, be- és kimeneti tárolókkal rendelkeznek. A robot különféle ciklikus mozgásokra ütemezhető, ezért fontos meghatározni, hogy ezek közül melyik a leggyorsabb. Az ütemezéseket mozgatási sorrend mátrixokkal írjuk le. A dolgozatban meghatároztuk az egyes sorrendek ciklusidejét, ezek alsó korlátját. Későbbi kutatás célja nagyobb gépszámra a lehetséges mozgatási sorrendek számának megadása, illetve a ciklusidők kiszámítása. További tanulmányok témája lehet olyan ciklusok vizsgálata, ahol a ciklus elején a gépek nem teljesen üresek, hanem a ciklus egy félkész állapotból indul el. Tehát, amikor az első munkadarab az első gépre kerül, a második munkadarab már valamelyik gépnél ott van. Tömeges gyártás esetén az ilyen, nem üres állapotból induló ciklusoknak is van létjogosultsága. Szintén vizsgálat célja lehet hasonló ciklus open shop feladat esetén.

### Hivatkozások

- [1] DAWANDE, M., H.N. GEISMAR, S.P. SETHI, AND C. SRISKANDARAJAH: *Sequencing and scheduling in robotic cells: Recent developments*, Journal of Scheduling, Vol. **8** No. **5**, pp. 387-426 (2005). DOI: [10.1007/s10951-005-2861-9](https://doi.org/10.1007/s10951-005-2861-9)
- [2] DROBOUCHEVITCH, I.G., S.P. SETHI, AND C. SRISKANDARAJAH: *Scheduling dual gripper robotic cell: One-unit cycles*, European Journal of Operational Research, Vol. **171** No. **2**, pp. 598-631 (2006). DOI: [10.1016/j.ejor.2004.09.019](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.09.019)
- [3] JOLAI, F., M. FOUMANI, R. TAVAKOLI-MOGHADAM, AND P. FATTAHI: *Cyclic scheduling of a robotic flexible cell with load lock and swap*, Journal of Intelligent Manufacturing, Vol. **23** No. **5**, pp. 1885-1891 (2012). DOI: [10.1007/s10845-011-0505-9](https://doi.org/10.1007/s10845-011-0505-9)
- [4] MOSALLAEIPOUR, S., R. NAZERIAN, AND M. GHADIRINEJAD: *A Two-Phase Optimization Approach for Reducing the Size of the Cutting Problem in the Box-Production Industry: A Case Study*, Industrial Engineering in the Industry 4.0 Era, Springer, pp. 63-81 (2018). DOI: [10.1007/978-3-319-71225-3\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-71225-3_6)
- [5] MOSALLAEIPOUR, S., M.G. NEJAD, S.M. SHAVARANI, AND R. NAZERIAN: *Mobile robot scheduling for cycle time optimization in flow-shop cells, a case study*, Production Engineering, Vol. **12** No. **1**, pp. 83-94 (2018). DOI: [10.1007/s11740-017-0784-x](https://doi.org/10.1007/s11740-017-0784-x)
- [6] NEJAD, M.G., H. GÜDEN, AND B. VIZVÁRI: *Time minimization in flexible robotic cells considering intermediate input buffers: a comparative study of three well-known problems*, International Journal of Computer Integrated Manufacturing, Vol. **32** No. **8**, pp. 809-819 (2019). DOI: [10.1080/0951192X.2019.1636411](https://doi.org/10.1080/0951192X.2019.1636411)
- [7] NEJAD, M.G., S. MOSALLAEIPOUR: *A new approach to optimize a flexible manufacturing cell*, 1st international conference on new directions in business, management, finance and economics (2013).

- [8] NEJAD, M.G., S.M. SHAVARANI, H. GÜDEN, AND R.V. BARENJI: *Process sequencing for a pick-and-place robot in a real-life flexible robotic cell*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. **103** No. **9-12**, pp. 3613-3627 (2019). DOI: [10.1007/s00170-019-03739-6](https://doi.org/10.1007/s00170-019-03739-6)
- [9] NEJAD, M.G., S.M. SHAVARANI, B. VIZVARI, AND R.V. BARENJI: *Trade-off between process scheduling and production cost in cyclic flexible robotic cells*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. **96** No. **1-4**, pp. 1081-1091 (2018). DOI: [10.1007/s00170-018-1577-x](https://doi.org/10.1007/s00170-018-1577-x)
- [10] NEJAD, M.G., H. GÜDEN, B. VIZVARI, AND R.V. BARENJI: *A mathematical model and simulated annealing algorithm for solving the cyclic scheduling problem of a flexible robotic cell*, Advances in Mechanical Engineering, Vol. **10** No. **1**, pp. 1-12 (2018). DOI: [10.1177/1687814017753912](https://doi.org/10.1177/1687814017753912)
- [11] NEJAD, M.G., G. KOVÁCS, B. VIZVARI, AND R.V. BARENJI: *An optimization model for cyclic scheduling problem in flexible robotic cells*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. **95** No. **9-12**, pp. 3863-3873 (2018). DOI: [10.1007/s00170-017-1470-z](https://doi.org/10.1007/s00170-017-1470-z)
- [12] PINEDO, M.: *Scheduling*, Springer (2012).
- [13] RAJAPAKSHE, T., M. DAWANDE, AND C. SRISKANDARAJAH: *Quantifying the impact of layout on productivity: An analysis from robotic-cell manufacturing*, Operations Research, Vol. **59** No. **2**, pp. 440-454 (2011). DOI: [10.1287/opre.1100.0874](https://doi.org/10.1287/opre.1100.0874)
- [14] SETHI, S.P., C. SRISKANDARAJAH, G. SORGER, J. BLAZEWICZ, AND W. KUBIAK : *Sequencing of parts and robot moves in a robotic cell*, International Journal of Flexible Manufacturing Systems, Vol. **4** No. **3-4**, pp. 331-358 (1992). DOI: [10.1007/BF01324886](https://doi.org/10.1007/BF01324886)
- [15] VIZVÁRI, B., H. GUDEN, AND M.G NEJAD: *Local search based meta-heuristic algorithms for optimizing the cyclic flexible manufacturing cell problem*, Annals of Optimization Theory and Practice, Vol. **1** No. **3**, pp. 15-32 (2018). DOI: [10.22121/aotp.2019.148030.1015](https://doi.org/10.22121/aotp.2019.148030.1015)
- [16] ZEBALLOS, L.J.: *A constraint programming approach to tool allocation and production scheduling in flexible manufacturing systems*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. **26** No. **6**, pp. 725-743 (2010). DOI: [10.1016/j.rcim.2010.04.005](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2010.04.005)
- [17] ZHOU, B.-H. AND M. LI: *Scheduling method of robotic cells with robot-collaborated process and residency constraints*, International Journal of Computer Integrated Manufacturing, Vol. **30** No. **11**, pp. 1164-1178 (2017). DOI: [10.1080/0951192X.2017.1305504](https://doi.org/10.1080/0951192X.2017.1305504)

KOVÁCS GERGELY

Edutus Egyetem, Tatabánya  
kovacs.gergely@edutus.hu



Sam Mosallaeipour 1984-ben született. Doktori címét az észak-ciprusi Eastern Mediterranean University-n szerezte, Famagustában. Jelenleg a holland NHL Stenden University of Applied Sciences oktatója. Kutatási területe a többcélú optimalizálás és döntéstámogató rendszerek létrehozása ipari alkalmazásokhoz. Eddig 16 tudományos cikke jelent meg, több mint 50 hivatkozása van.

#### SAM MOSALLAEIPOUR

Technology and Innovation Faculty, NHL Stenden University of Applied Science, Leeuwarden, Hollandia  
sam.m.pure@gmail.com



Mazyar Ghadiri Nejad 1980-ban született. Doktori címét az észak-ciprusi Eastern Mediterranean University-n szerezte, Famagustában. Jelenleg a szintén észak-ciprusi Girne American University docense. Kutatási területe a termelésütemezés, a rugalmas gyártó részlegek és a szállítási rendszerek optimalizálása. Eddig hat konferenciacikke és 32 tudományos cikke jelent meg, három könyvet és egy könyvfejezetet írt. Több mint 700 hivatkozása van.

#### MAZYAR GHADIRI NEJAD

Industrial Engineering Department, Girne American University, Girne, Észak-Ciprus  
mazyarghadirinejad@gau.edu.tr

#### VIZVÁRI BÉLA

Industrial Engineering Department, Eastern Mediterranean University, Famagusta, Észak-Ciprus  
bela.vizvari@emu.edu.tr

## COMPUTATIONAL ANALYSIS FOR FLOW SHOP AUTOMATED MANUFACTURING CELLS

GERGELY KOVÁCS, SAM MOSALLAEIPOUR, MAZYAR GHADIRI NEJAD, BÉLA VIZVÁRI

Flow shop manufacturing methodology is one of the main approaches to fabricate products in a manufacturing area considering serial material flow among workstations. A manufacturing cell is a section of a manufacturing area with some machines to perform similar processes, or to fabricate a family of products. In such manufacturing environments, if the transportation of the materials is performed by an automated system such as conveyors, AVGs, robots, etc., it is called a flow shop automated manufacturing cell (FAMC). In this study we deal with an FAMC in which an industrial robot performs the whole material handlings inside the manufacturing area. In this manufacturing system, each machine is equipped by one input and one output buffer capable of storing one part at each time. These buffers keep one part ready while the machine is processing another part, therefore each machine is able to produce two parts consequently. Finding the possible robot move for serving the machines is a key element in such systems. To determine the possible strategies of robot cyclic moves including the machines' loading and unloading sequences, a sequential part production matrix is proposed. Moreover, a lower bound is found for each strategy and the optimality condition is scrutinized for each. Finally, some mathematical theorems for determining the cycle times are provided discussed and a linear programming model to solve this category of problems is proposed.

*Keywords:* Automated manufacturing system, Flow shop, Robotic cell, Job scheduling.